

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΩΝ

X. Σακονίδης, xsakonid@eled.duth.gr

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

B. Κόμης, komis@upatras.gr

Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών, Πανεπιστήμιο Πατρών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία έχει ως αντικείμενο την παρουσίαση της προβληματικής για την υλοποίηση παιδαγωγικών μεθόδων και υπολογιστικών εργαλείων που επιτρέπουν τη διαμόρφωση εναλλακτικών δραστηριοτήτων για τα μαθηματικά, οι οποίες επικεντρώνονται στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος και δεξιοτήτων ποιοτικού, ημιποσοτικού και ποσοτικού συλλογισμού μέσω διαδικασιών μοντελοποίησης. Η ερευνητική-αναπτυξιακή προσπάθεια εστιάζεται στη δημιουργία και αξιολόγηση ενός μαθησιακού περιβάλλοντος που περιλαμβάνει τη σχεδίαση και υλοποίηση εκπαιδευτικών σεναρίων για το μαθητή, διδακτικές οδηγίες για τους εκπαιδευτικούς, την κατασκευή και χρησιμοποίηση ανοικτών υπολογιστικών εργαλείων καθώς και την ανάπτυξη και χρησιμοποίηση κατάλληλου ψηφιακού υλικού.

ACTIVITIES IN MATHEMATICS USING OPEN COMPUTATIONAL ENVIRONMENTS

X. Sakonidis, xsakonid@eled.duth.gr

Department of Education, University of Thrace

V. Komis, komis@upatras.gr

Early Childhood Department, University of Patras

ABSTRACT

This work reports on the issues rising during the conception and the development of programming tools and pedagogical methods that allow the shaping of alternative activities for the mathematics, that are focused in the development of problem solving strategies and skills of qualitative, semi-quantitative and quantitative reasoning via the modeling processes. The research-developmental effort is focused on the construction and evaluation of a learning environment and encompasses the design and the practical use of educational scenarios for students, the development of instructive directives for teachers and the construction and utilization of open programming tools along with suitable digital material.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών υποστηρίζουν ότι οι μαθητές πρέπει να εμπλέκονται σε δραστηριότητες επίλυσης ανοικτών προβλημάτων, καθώς και σε δραστηριότητες μοντελοποίησης, αναγνωρίζοντας σε αυτές τα πλεονεκτήματα της διεπιστημονικής προσέγγισης στη μαθηματική γνώση και της χρήσης μεθόδων και πρακτικών που είναι ανάλογες με αυτές της αυθεντικής επιστημονικής δραστηριότητας. Στο πλαίσιο αυτό, η ανάπτυξη δεξιοτήτων μοντελοποίησης τοποθετείται στο κέντρο της ερευνητικής μας προβληματικής.

Η μοντελοποίηση εκτός από κύριο συστατικό της ανθρώπινης δραστηριότητας αποτελεί βασικό μεθοδολογικό εργαλείο στην επιστημονική έρευνα ενώ παράλληλα είναι αναπόσπαστο μέρος της μαθησιακής δραστηριότητας. Η επιστημονική πρακτική έχει ως εγγενές συστατικό της το σχεδιασμό, τον έλεγχο εγκυρότητας και την εφαρμογή επιστημονικών μοντέλων ενώ η επιστημονική κατανόηση αναδύεται από τη δημιουργία και τη χρήση μοντέλων, δηλαδή από τη μοντελοποίηση (Hestenes, 1992). Η σπουδαιότητα των μοντέλων στην επιστήμη είναι σημαντική, αφού χρησιμεύουν για τη διατύπωση υποθέσεων που πρέπει να ελεγχθούν και για την περιγραφή

επιστημονικών φαινομένων. Η ανάπτυξη μοντέλων παρέχει τη δυνατότητα χειρισμού τους (και όχι χειρισμού των ίδιων των αντικειμένων), και επιτρέπει τη δυνατότητα υπολογισμών, την ανακάλυψη νέων σχέσεων, την οικοδόμηση νέων γνωστικών σχημάτων, την κατάκτηση νέων βεβαιοτήτων αλλά και την ανατροπή κάποιων άλλων (Bliss, 1994).

Κάτω όμως από ποιες προϋποθέσεις μπορούμε να αξιοποιήσουμε τα μοντέλα και τη διαδικασία μοντελοποίησης στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών;

Τι είδους μαθησιακές δραστηριότητες πρέπει να προτείνουμε στους μαθητές, ώστε όχι μόνο να ευνοούμε την πρόσκτηση μοντέλων, αλλά και την ανάπτυξη γνωστικών εργαλείων που επιτρέπουν τις πρακτικές μοντελοποίησης;

Πως μπορεί να οργανωθεί κατάλληλο διδακτικό υλικό, που να βοηθά τους μαθητές να σκέφτονται καταρχήν με όρους μοντέλων και όχι με μαθηματικά σύμβολα ή γλωσσικές εκφράσεις, ώστε να ενισχύουν την κατανόησή τους και να αποφεύγεται η στείρα απομνημόνευση;

Με τι είδους υπολογιστικά εργαλεία μπορούν να διευκολυνθούν τέτοιου τύπου διδακτικές και μαθησιακές καταστάσεις;

Στην εργασία μας παρουσιάζουμε κλάσεις δραστηριοτήτων, που αν και επικεντρώνονται στον τρόπο συγκρότησης ενός μοντέλου μιας κατάστασης, επιχειρούν ταυτόχρονα να δώσουν την ευκαιρία στους μαθητές να μελετήσουν θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο οργανώνεται και συγκροτείται η μαθηματική γνώση.

Αναλύουμε, επίσης, τα υπολογιστικά εργαλεία και το ψηφιακό υλικό που έχουν υλοποιηθεί στο πλαίσιο των εκπαιδευτικών λογισμικών «Δημιουργός Μοντέλων» και ModellingSpace και στην περίπτωση των μαθηματικών δραστηριοτήτων αφορούν σε κατάλληλα σχεδιασμένες σχέσεις και εκπαιδευτικές οντότητες που ευνοούν τόσο τον ημι-ποσοτικό όσο και τον ποσοτικό συλλογισμό.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ: ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

Είναι πλέον γενικά αποδεκτό ότι η μάθηση δεν αποτελεί απλώς μια ατομική διαδικασία ενεργούς κατασκευής νοήματος, αλλά ότι επιπλέον, το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον, οι ανθρώπινες πρακτικές και υλικές κατασκευές οριοθετούν και καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο το άτομο προσεγγίζει τη γνώση (π.χ., Bliss & Saljo, 1999; Cobb & Bauersfeld, 1995; Cobb et al, 1993). Η θέση αυτή συνιστά την κυρίαρχη θεώρηση μέσα από την οποία πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός και η συγκρότηση των κλάσεων δραστηριοτήτων για τα μαθηματικά στα πλαίσια των προγραμμάτων «Δημιουργός Μοντέλων» και ModellingSpace¹.

Ειδικότερα, η προσέγγιση που υιοθετήθηκε για τη συγκρότηση των δραστηριοτήτων στηρίχτηκε στα δεδομένα της έρευνας που αφορούν αφενός στη νοητική ανάπτυξη του παιδιού και αφετέρου στον τρόπο που η αλληλεπίδραση μεταξύ των εταίρων μιας τάξης συμβάλλει σε αυτήν την ανάπτυξη.

Σε ό,τι αφορά στη νοητική ανάπτυξη του παιδιού, η θεωρία του Piaget, η οποία αποτελεί ακόμη και σήμερα το κυρίαρχο μοντέλο θεώρησής της, υποστηρίζει ότι η ανάπτυξη της νοημοσύνης είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του ατόμου με το περιβάλλον. Οι υπάρχουσες

¹ Περισσότερες πληροφορίες για το Δημιουργό Μοντέλων στον τόπο www.ecedu.upatras.gr/modelscreator και για το ModellingSpace στο www.modellingspace.net

διαδικασίες σκέψης ή γνωστικές δομές είτε αφομοιώνουν κάθε νέο ερέθισμα είτε προσαρμόζονται, όταν τα νέα ερεθίσματα δεν είναι δυνατό να αφομοιωθούν. Ειδικότερα, ανάμεσα στην ηλικία των 12 και των 18 χρόνων, η σκέψη υφίσταται μια ποιοτική αλλαγή που την οδηγεί σε υψηλότερα επίπεδα, όπου το παιδί είναι πλέον σε θέση να χρησιμοποιεί και την αφηρημένη σκέψη. Η τελευταία του επιτρέπει να παράγει μια ιδέα, ένα μοντέλο γεγονότων που έχουν ήδη περιγραφεί με τη χρήση συγκεκριμένων πράξεων και να ελέγξει στη συνέχεια το βαθμό στον οποίο η ιδέα αυτή αποδίδει με επιτυχία τη σχέση των γεγονότων. Στο πλαίσιο αυτό, είναι απαραίτητο η μαθηματική εκπαίδευση να περιλαμβάνει δραστηριότητες που συμβάλλουν στο πέρασμα από τη σκέψη με συγκεκριμένες πράξεις στην αφαιρετική, καθώς ενθαρρύνουν νόρμες συλλογισμού που χαρακτηρίζουν την αφηρημένη σκέψη όπως:

- ◇ Τον έλεγχο των μεταβλητών και τον αποκλεισμό των άσχετων μεταβλητών
- ◇ Το λόγο και την αναλογία
- ◇ Την πιθανότητα και τη συσχέτιση
- ◇ Την αξιοποίηση αφηρημένων μοντέλων για εξήγηση και πρόβλεψη

Σχετικά με τον τρόπο που το κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο επιδρά στη διαδικασία μάθησης, ο Vygotsky (Vygotsky, 1962) υπήρξε από τους πρώτους που υποστήριξαν ότι η άποψη του Piaget, σύμφωνα με την οποία η ανάπτυξη επιτυγχάνεται με την προσαρμογή, είναι ανεπαρκής. Από τη στιγμή της γέννησής του, ο κόσμος του παιδιού οριοθετείται από τους ενήλικες (αρχικά τους γονείς) με τέτοιο τρόπο, ώστε να διευκολύνεται η μάθηση και η ανάπτυξη των ικανοτήτων του. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται «διαμεσολάβηση» και, κατά το Vygotsky, είναι σημαντική για τη φυσιολογική ανάπτυξη του παιδιού. Όταν η διαμεσολάβηση του ενήλικα μεταξύ του κόσμου των άμεσων αισθήσεων του παιδιού και της αναπτυξιακής του πορείας είναι κατάλληλη, το παιδί αποκτά αυτοπεποίθηση στις ικανότητές του να μαθαίνει άμεσα από το περιβάλλον και σε αυτήν την περίπτωση συμβαίνει αυτό που περιγράφει ο Piaget. Ωστόσο, όπως ισχυρίστηκε ο Vygotsky, για πολλά παιδιά, η εμπειρία της διαμεσολάβησης είναι ακατάλληλη. Υποστήριξε ότι το σχολείο και ειδικότερα η διδασκαλία θα πρέπει να προσφέρουν στο μαθητή τη δυνατότητα να εργάζεται όχι μόνο στο επίπεδο στο οποίο μπορεί να ανταποκριθεί, αλλά και πέρα από αυτό. Κατά συνέπεια, ο εκπαιδευτικός ως διαμεσολαβητής χρειάζεται να συνειδητοποιήσει πως είναι σημαντικό να ενεργεί λιγότερο ως μοντέλο προς μίμηση και περισσότερο ως διαχειριστής που κατευθύνει τη μάθηση σε μικρές ομάδες και τη συζήτηση με όλη την τάξη με τέτοιο τρόπο, ώστε η πιθανότητα να γίνει κάθε παιδί «μάρτυρας» του επόμενου βήματος από αυτό στο οποίο βρίσκεται η σκέψη του σε κάποιο άλλο παιδί να είναι πολύ υψηλότερη από το συνηθισμένο. Με στόχο να προσφέρουν ποικιλία τέτοιων ευκαιριών στην τάξη αναπτύχθηκαν οι δραστηριότητες για τα μαθηματικά που αναλύονται στη συνέχεια.

3. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

3.1 Περιγραφή των δραστηριοτήτων

Το εκπαιδευτικό υλικό για τα μαθηματικά που έχει κατασκευαστεί στο πλαίσιο του προγράμματος «Δημιουργός Μοντέλων» απευθύνεται στους μαθητές της τελευταίας τάξης του Δημοτικού Σχολείου και των τριών τάξεων του Γυμνασίου. Βασικός του στόχος είναι η διαμόρφωση ενός μαθησιακού περιβάλλοντος το οποίο, μέσα από διαδικασίες μοντελοποίησης, ενθαρρύνει και υποστηρίζει διάφορες διαστάσεις της μαθηματικής σκέψης.

Για την ανάπτυξη του υλικού επιλέχθηκαν τρία κεντρικά θέματα, τα οποία θεωρήθηκαν οικεία και ελκυστικά στους μαθητές των παραπάνω τάξεων: ο προγραμματισμός διακοπών, τα οδικά ατυχήματα και η επίδοση σε συγκεκριμένα αγωνίσματα (αθλητισμός). Για κάθε ένα από αυτά τα θέματα διαμορφώθηκαν κλάσεις δραστηριοτήτων, κάθε μια από τις οποίες συγκροτούν ένα «φύλλο εργασίας», τόσο στο επίπεδο της διερεύνησης ενός μοντέλου όσο και στο επίπεδο έκφρασής του. Σε κάθε κλάση, οι επιμέρους δραστηριότητες:

α. Αναπτύσσονται εξελικτικά σε ό,τι αφορά στις γνωστικές απαιτήσεις των εργασιών που καλούνται να επιτελέσουν οι μαθητές.

β. Επικεντρώνονται αρχικά στην πραγματική κατάσταση και στη συνέχεια απομακρύνονται σταδιακά από αυτήν, μεταβαίνοντας σε πιο αφαιρετικά επίπεδα, ώστε να καταστεί δυνατή η μοντελοποίησή της.

γ. Επιχειρούν να εστιάσουν την προσοχή του μαθητή πρώτα σε ποιοτικά στοιχεία της κατάστασης, στη συνέχεια στην αναγωγή τους σε ημι-ποσοτικά και τέλος σε ποσοτικά. Την προσέγγιση αυτή ακολουθεί συνήθως και ο ανθρώπινος νους στην προσπάθειά του να κατανοήσει, μοντελοποιώντας, μια κατάσταση ή ένα γεγονός.

Οι δραστηριότητες κάθε κλάσης, αν και επικεντρώνονται στη διαδικασία συγκρότησης ενός μοντέλου μιας κατάστασης, επιδιώκουν ταυτόχρονα να δώσουν στους μαθητές την ευκαιρία να μελετήσουν θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες, να διαπιστώσουν τη λειτουργικότητά τους και να μνηθούν στον τρόπο με τον οποίο οργανώνεται και αναπαριστάνεται η μαθηματική γνώση (εξάλλου, η μοντελοποίηση αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό της μαθηματικής επιστήμης, ενώ τα μαθηματικά προσφέρουν βασικά εργαλεία στη διαδικασία της μοντελοποίησης). Η εξάσκηση σε αλγόριθμους και στην εφαρμογή κανόνων δεν αποτελούν συνήθως αντικείμενο μελέτης των επιμέρους δραστηριοτήτων.

Για κάθε θεματική περιοχή, οι κλάσεις δραστηριοτήτων δε διαφέρουν από τάξη σε τάξη παρά μόνο ως προς τον αριθμό και το επίπεδο δυσκολίας των επιμέρους δραστηριοτήτων. Ο συνολικός αριθμός των κλάσεων δραστηριοτήτων που κατασκευάστηκαν ανέρχεται τελικά σε 10 κλάσεις δραστηριοτήτων διερεύνησης και 7 έκφρασης (πίνακας 1).

Θέματα μελέτης	Κλάσεις δραστηριοτήτων ανά τάξη			
	Στ' Δημοτικού	Α' Γυμνασίου	Β' Γυμνασίου	Γ' Γυμνασίου
<i>Διερεύνησης</i>				
Ταξίδια	4	4	4	
Ατυχήματα - διέλευση		4	4	
Ατυχήματα - οδήγηση		4	4	4
Αθλήματα		4		4
<i>Έκφρασης</i>				
Ταξίδια	4	4	4	
Ατυχήματα		4	4	
Αθλήματα		4		4

Πίνακας 1. Κλάσεις δραστηριοτήτων ανά θέμα μελέτης, τύπο μοντέλου και τάξη

3.2 Ένα πλαίσιο αξιοποίησης του εκπαιδευτικού υλικού στην τάξη

Η προσέγγιση που έχει επιλεγεί επιδιώκει να λειτουργήσει συμπληρωματικά προς αυτήν που ακολουθείται κατά τη διδασκαλία των αντίστοιχων ενοτήτων στο πλαίσιο του κανονικού προγράμματος και να ενισχύσει την ουσιαστική κατανόηση των συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών. Συγκεκριμένα, οι δραστηριότητες επιχειρούν να διαμορφώσουν ένα περιβάλλον μάθησης,

το οποίο να ενθαρρύνει την επανα-ανακάλυψη των μαθηματικών ιδεών από τους ίδιους τους μαθητές και κατά συνέπεια, την ανακατασκευή του μαθηματικού νοήματος από αυτούς.

Κατά την αξιοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού στην τάξη, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει υπόψη του ότι:

- ◇ Οι μαθητές καλούνται να επεξεργαστούν προσεκτικά κάθε δραστηριότητα πριν την εκτέλεσή της, να συντονιστούν και να συνεργαστούν με τους συμμαθητές τους και τον εκπαιδευτικό (αν χρειαστεί) κατά τη διάρκεια της διεκπεραίωσής της. Αυτή η προσέγγιση συμβάλλει σημαντικά και σε μεγάλο βάθος χρόνου στον τρόπο σκέψης των μαθητών, διαμορφώνοντας μια σταθερή βάση για υψηλότερες επιδόσεις στο μάθημα.
- ◇ Αν και κάθε δραστηριότητα αφορά σε συγκεκριμένες θεμελιώδεις μαθηματικές ιδέες, το κάθε μάθημα δε στοχεύει τόσο στη μάθηση αυτών καθ'αυτών των ιδεών από τους μαθητές, όσο στη διαδικασία προσέγγισής τους μέσα από δραστηριότητες μοντελοποίησης καθημερινών αλλά και πιο «επιστημονικών» καταστάσεων.
- ◇ Η έμφαση βρίσκεται στους μαθητές που εργάζονται ατομικά ή σε μικρές ομάδες ή σε αλληλεπίδραση με όλη την τάξη, διατυπώνοντας επιχειρήματα και θέσεις και αποκτώντας πρόσβαση στις βασικές παραμέτρους και στην πολυπλοκότητα των σχετικών μαθηματικών ιδεών. Το αποτέλεσμα των μαθημάτων θα πρέπει να αφορά στη διαδικασία της μαθηματικής σκέψης και στην ανταλλαγή ιδεών παρά στη συγκεκριμένες μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες.

Αξιοποιώντας το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό υλικό, βασική επιδίωξη του εκπαιδευτικού θα πρέπει να είναι η διασφάλιση της κατανόησης από όλους τους μαθητές των ζητούμενων της δραστηριότητας και της σαφήνειας των πλέον βασικών της προκλήσεων. Είναι σημαντικό να επιτραπεί στον κάθε μαθητή να ανταποκριθεί με το δικό του τρόπο σε αυτές τις προκλήσεις, καθοδηγούμενος μόνο σε ό,τι αφορά στην κατάλληλη επιλογή των προκλήσεων που σχετίζονται με τη μαθηματική δομή και την ανταλλαγή των αποτελεσμάτων με τους άλλους μαθητές.

Η πλειοψηφία των μαθητών στους οποίους απευθύνεται το υλικό αναμένεται να είναι σε θέση να ανταποκριθούν με επιτυχία, έστω και μερικώς, στις δραστηριότητες που το συγκροτούν. Ωστόσο, αν κάποιες από τις δραστηριότητες αποδειχτούν πολύ απαιτητικές για κάποιους μαθητές, μπορούν να τροποποιηθούν κατάλληλα από τον εκπαιδευτικό.

Ο πίνακας 2 παρακάτω παρουσιάζει τις ενότητες του Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών στις οποίες εστιάζονται κατά κύριο λόγο οι επιμέρους δραστηριότητες κάθε μιας από τις κλάσεις δραστηριοτήτων.

Κλάσεις δραστηριοτήτων	Ενότητες του Π.Σ. όπου επικεντρώνεται
<i>Ταξίδια</i> (3 εκδοχές: Στ' τάξη, Α' Γυμνασίου, Β'+Γ' Γυμνασίου)	<i>Πρωτίστως:</i> Λόγος, αναλογία, ποσοστά <i>Δευτερευόντως:</i> <ul style="list-style-type: none">• πράξεις με ρητούς αριθμούς• υπολογισμός αριθμητικών παραστάσεων• μεταβλητές• αλγεβρικές εκφράσεις, τύποι, εξισώσεις πρώτου βαθμού και συναρτήσεις• αναπαράσταση, επεξεργασία και ερμηνείας δεδομένων, μέσος όρος• επίλυση προβλήματος και λήψη αποφάσεων

<p><i>Ατυχήματα – Ασφαλής διέλευση δρόμου</i> (2 εκδοχές: Α΄ Γυμνασίου, Β΄+Γ΄ Γυμνασίου)</p>	<p><i>Πρωτίστως:</i> Μεταβλητή, εξισώσεις μέχρι και 2ου βαθμού, συναρτήσεις της μορφής $\psi = ax^2 + bx + \gamma$ και $\psi = a/x$ <i>Δευτερευόντως:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • πράξεις με ρητούς αριθμούς • λόγος και αναλογία
<p><i>Κλάση 3: Ατυχήματα – Ασφαλής οδήγηση</i> (3 εκδοχές: Α΄, Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ρυθμός μεταβολής • αναπαράσταση, επεξεργασία και ερμηνεία δεδομένων, μέσος όρος • επίλυση προβλήματος και λήψη αποφάσεων
<p><i>Κλάση 4: Αθλήματα</i> (2 εκδοχές: Α΄+Β΄ Γυμνασίου, Γ΄ Γυμνασίου)</p>	<p><i>Πρωτίστως:</i> Αλγεβρική έκφραση και μελέτη συναρτήσεων της μορφής $\psi = ax^2 + bx + \gamma$ και $\psi = a/x$ <i>Δευτερευόντως:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • πράξεις με ρητούς αριθμούς • αλγεβρικές παραστάσεις • δυνάμεις • ρυθμός μεταβολής, • αναπαράσταση, επεξεργασία και ερμηνεία δεδομένων, μέσος όρος • επίλυση προβλημάτων και λήψη αποφάσεων

Πίνακας 2. Μαθηματική εστίαση των κλάσεων δραστηριοτήτων

Η ολοκλήρωση κάθε κλάσης δραστηριοτήτων μπορεί να διαρκέσει από 90 έως 180 λεπτά (δύο και τέσσερις διδακτικές ώρες αντίστοιχα), αν και την πρώτη φορά μπορεί να απαιτηθεί περισσότερος χρόνος. Οι επιμέρους δραστηριότητες κάθε κλάσης αναπτύσσονται από την άποψη της εστίασης της σκέψης σε τέσσερις φάσεις:

1η φάση: Το μάθημα ξεκινά συνήθως με μια **εισαγωγή**, στην οποία επιχειρείται μια πρώτη γνωριμία του μαθητή με το κεντρικό θέμα μελέτης των επιμέρους δραστηριοτήτων της κλάσης, χωρίς τον Η/Υ και το λογισμικό *Δημιουργός Μοντέλων*. Στόχος αυτού του μέρους του μαθήματος είναι να προσδιοριστεί η κατάσταση, το γεγονός ή το πρόβλημα προς μοντελοποίηση, καθώς και η σκοπιμότητα της μοντελοποίησης. Η γλώσσα και το ευρύτερο πλαίσιο των δραστηριοτήτων έχουν επιλεγεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορούν να ανταποκριθούν σε κάποιο βαθμό όλοι οι μαθητές.

2η φάση: Οι αμέσως επόμενες επιμέρους δραστηριότητες επικεντρώνουν την προσοχή του μαθητή στην **ποιοτική** μελέτη των βασικών παραγόντων της κατάστασης (και άρα του μοντέλου) και στην απλοποίηση της κατάστασης, ώστε να είναι δυνατή η μοντελοποίηση, το μοντέλο να βρίσκεται όσο το δυνατό κοντά στην πραγματικότητα και ταυτόχρονα να επιτρέπει την κατανόησή της με όσο το δυνατό πιο ολοκληρωμένο και αποτελεσματικό τρόπο. Στόχος αυτής της φάσης είναι να βοηθήσει τους μαθητές να προσδιορίσουν τις μεταβλητές και να αναγνωρίσουν τις σχέσεις που υφίστανται.

Οι μαθηματικές ιδέες σε αυτή τη φάση δεν είναι ακόμη άμεσα αναγνωρίσιμες, αλλά αρχίζουν να εμφανίζονται βασικά ποιοτικά χαρακτηριστικά τους, όπως για παράδειγμα η έννοια του μέρους – όλου στο θέμα μελέτης «Ταξίδια», που αποτελεί ουσιαστικό συστατικό της έννοιας του ποσοστού. Επιπλέον, σε αυτήν την φάση, δίνεται η δυνατότητα στο μαθητή να συνειδητοποιήσει μια από τις βασικότερες διαδικασίες επίλυσης ενός προβλήματος, δηλαδή τη σημασιολογική ανάλυση ενός σεναρίου και την αναγωγή του σε «μαθηματικοποίησιμο» περιβάλλον.

3η φάση: Οι δραστηριότητες αυτής της φάσης εστιάζονται στις **ημι-ποσοτικές σχέσεις** των οντοτήτων – μεταβλητών πλέον που εμφανίζονται (στην περίπτωση της διερεύνησης) ή θα εμφανιστούν (στην περίπτωση της έκφρασης – κατασκευής) στο μοντέλο. Στόχος αυτής της φάσης είναι να βοηθήσει τους μαθητές να προσδιορίσουν την κατεύθυνση των σχέσεων, δηλαδή

με ποιο τρόπο συν-μεταβάλλονται οι μεταβλητές.

Εδώ αρχίζουν να γίνονται πιο ορατές οι μαθηματικές ιδέες στις οποίες επικεντρώνεται η κλάση δραστηριοτήτων. Για παράδειγμα, στο θέμα μελέτης «Ατυχήματα», σε αυτό το μέρος των δραστηριοτήτων γίνεται λόγος για γραμμικές και μη γραμμικές σχέσεις (π.χ., αναλογικές) μεταβλητών που θα τροφοδοτήσουν την κατασκευή και μελέτη των ακριβών εξισώσεων ή συναρτήσεων στην επόμενη φάση. Επίσης, οι δραστηριότητες αυτής της φάσης μπορούν να βοηθήσουν το μαθητή να συνειδητοποιήσει, να εκτιμήσει και να εξοικειωθεί με:

- (α) τη σχέση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή
- (β) την πορεία ανάδειξης των μαθηματικών ιδεών
- (γ) την αναγκαιότητα της μαθηματικής επιστήμης
- (δ) βασικά χαρακτηριστικά της αφηρημένης σκέψης και του μαθηματικού συλλογισμού, όπως ο έλεγχος των μεταβλητών, η πρόβλεψη, η συσχέτιση μεταβλητών, κτλ.

4η φάση: Η εστίαση του τέταρτου μέρους των δραστηριοτήτων βρίσκεται στη συγκεκριμενοποίηση των **ποσοτικών χαρακτηριστικών** μεταβλητών και σχέσεων και την αναπαράστασή τους με κάποιο τρόπο, ώστε να είναι δυνατή η διαχείρισή τους στο πλαίσιο της μοντελοποίησης. Στόχος αυτής της φάσης είναι να βοηθήσει τους μαθητές να προσδιορίσουν με (ποσοτική) ακρίβεια τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών.

Η φάση αυτή θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η φάση της «κατ' εξοχήν μαθηματοποίησης» της κατάστασης, εφόσον εδώ οι οντότητες και οι σχέσεις μετατρέπονται σε αριθμητικές, *αλγεβρικές* ή γεωμετρικές και επιτρέπουν στο μαθητή να επεξεργαστεί πιο αποτελεσματικά τη συμπεριφορά του μοντέλου μέσα από τη συμβολική αναπαράσταση των μεταβλητών και των μεταξύ τους σχέσεων.

5η φάση: Το τελευταίο μέρος κάθε κλάσης δραστηριοτήτων εστιάζεται στη **δοκιμή** και **βελτίωση** του *μοντέλου* που μελετάται ή έχει κατασκευαστεί. Για να επιτευχθεί αυτό, ο μαθητής καλείται, ανάμεσα σε άλλες δραστηριότητες, να «τρέξει» το μοντέλο, χρησιμοποιώντας διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασης των δεδομένων και των αποτελεσμάτων. Από μαθηματική άποψη, η έμφαση εδώ βρίσκεται στη λειτουργικότητα των διαφορετικών τρόπων αναπαράστασης στα μαθηματικά, δηλαδή στον τρόπο που ο συμβολικός χαρακτήρας των μαθηματικών διευκολύνει (ή παρεμποδίζει) την πρόσβαση στη μαθηματική γνώση.

Ο πίνακας 3 παρουσιάζει τις δραστηριότητες κάθε κλάσης δραστηριοτήτων κατά φάση.

Κλάσεις δραστηριοτήτων	Φάσεις ανάπτυξης ²				
	1η φάση	2η φάση	3η φάση	4η φάση	5η φάση
<i>Διερεύνησης</i>					
Ταξίδια	Εισαγωγή	1α	1β-6β	7β-8β	1γ- τέλος
Ατυχήματα - διέλευση	Εισαγωγή	1α-1β	2α-3α	3β-3γ+4α	4α - τέλος
Ατυχήματα - οδήγηση	Εισαγωγή	2α-2β	3α	1α,4α-4β	5α - τέλος
Αθλήματα	Εισαγωγή	1α-1στ	2α-2δ	3α-3δ	4α - τέλος
<i>Έκφρασης</i>					
Ταξίδια	Εισαγωγή	1 (μέρος)	1-3	4α-4β	4γ - τέλος
Ατυχήματα	Εισαγωγή	1-2β	2γ-2δ	2ε- 3γ	4 - τέλος
Αθλήματα	Εισαγωγή	1α-1δ	1ε-2γ	3α-3β	4 - τέλος

Πίνακας 3. Επιμέρους δραστηριότητες κατά κλάση δραστηριοτήτων και φάση ανάπτυξης

² Η κατηγοριοποίηση δεν είναι αυστηρή, καθώς κάποιες επιμέρους δραστηριότητες, κυρίως αυτές που βρίσκονται στα όρια μεταξύ δύο φάσεων, μπορεί να περιλαμβάνουν εργασίες που αφορούν σε περισσότερες από μία φάσεις.

Γενικά, οι δραστηριότητες, καθώς διαδέχονται η μία την άλλη, γίνονται όλο και πιο απαιτητικές από γνωστική άποψη. Ωστόσο, είναι επιτρεπτό και επιθυμητό ο εκπαιδευτικός να τροποποιήσει **κατάλληλα** όποιες δραστηριότητες κρίνει αναγκαίο, ώστε ο κάθε μαθητής, ανεξάρτητα από το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται, να μπορέσει να ασχοληθεί με αυτές σε κάποιο επίπεδο και να ωφεληθεί.

Ο πίνακας 1 παρουσιάζει τις τάξεις στις οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι διαφορετικές κλάσεις δραστηριοτήτων. Θα πρέπει ωστόσο, να διευκρινιστεί ότι μια κλάση δραστηριοτήτων, η οποία θεωρείται κατάλληλη για μία συγκεκριμένη τάξη, μπορεί να είναι χρήσιμη για ένα μαθητή που βρίσκεται σε μεγαλύτερη τάξη. Εξάλλου, οι επιμέρους δραστηριότητες που συγκροτούν τις κλάσεις δραστηριοτήτων επανέρχονται αρκετές φορές στις ίδιες ενότητες των μαθηματικών.

4. ΑΝΟΙΚΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

4.1 Βασικές αρχές σχεδίασης

Η ανάπτυξη υπολογιστικών περιβαλλόντων μάθησης τα οποία υπηρετούν το πλαίσιο που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες οφείλει να προσανατολίζεται στο χειρισμό εικονικών και συμβολικών παραστάσεων που αναπαριστούν αντικείμενα, έννοιες, ιδιότητες ή πράξεις πάνω στον πραγματικό κόσμο καθώς και στη δυνατότητα σύνδεσής τους επιτρέποντας την έκφραση της δομής και των αλληλεξαρτήσεών τους. Τα περιβάλλοντα που εμπερικλείουν στις λειτουργίες τους τέτοιου τύπου δραστηριότητες ανήκουν στην κατηγορία του λογισμικού μοντελοποίησης (Teodoro, 1994; Mellar et al., 1994). Η ανάπτυξη υπολογιστικών μοντέλων παρέχει τη δυνατότητα χειρισμού τους και επιτρέπει τη δυνατότητα έκφρασης (δραστηριότητες για δημιουργία νέων μοντέλων) και διερεύνησης (δραστηριότητες έτοιμων μοντέλων μέσω της προσομοίωσής τους) συλλογισμών τους οποίους μπορούμε να κατατάξουμε σε τρεις άξονες: ποιοτικός (qualitative), ημιποσοτικός (semi-quantitative) και ποσοτικός (quantitative) (πίνακας 4).

Τα ποιοτικά (qualitative) μοντέλα αναπαριστούν γνώσεις που δεν είναι εφικτό να εκφραστούν με μετρήσιμο τρόπο. Τέτοιου τύπου γνώσεις (συνήθως μια επιλογή από ένα πεπερασμένο πλήθος δυνατοτήτων) των οποίων τα όρια εγκυρότητας δεν είναι αυστηρά αποσαφηνισμένα και δεδομένα συνιστούν μεγάλο μέρος των σύγχρονων αναλυτικών προγραμμάτων. Τα ποσοτικά μοντέλα λειτουργούν πάνω σε μετρήσιμα μεγέθη και οι σχέσεις που δημιουργούνται ανάμεσα στα μεγέθη εκφράζονται από αλγεβρικούς τύπους. Τα ημιποσοτικά (semi-quantitative) μοντέλα, αν και στηρίζονται πάνω σε μετρήσιμα μεγέθη, δεν εκφράζουν την τιμή αλλά το είδος της επιρροής ενός μέρους του συστήματος σε κάποιο άλλο μέρος. Αφορούν συνεπώς μοντέλα που λειτουργούν με ποιοτικό ουσιαστικά τρόπο (Dimitracopoulou et al., 1999).

Τύπος μοντελοποίησης	Έκφραση	Διερεύνηση
ποιοτικός	Ανάπτυξη σημασιολογικών δικτύων και εννοιολογικών χαρτών	Προσομοιώσεις λήψης απόφασης και συνεπειών, ροή λογικών σχέσεων
ημιποσοτικός	Δημιουργία ποιοτικών μοντέλων των σχέσεων μεταξύ παραγόντων (ανεξάρτητες και εξαρτημένες μεταβλητές)	Ποιοτικές προσομοιώσεις σχέσεων ανάμεσα σε παράγοντες και μεταβλητές, με βάση την τάξη μεγέθους και τη σχέση ανάμεσα στις δυνατές τιμές
ποσοτικός	Συστήματα με βασικά εργαλεία τις μαθηματικές εξισώσεις	Διερεύνηση επιστημονικών προσομοιώσεων, εξισώσεων

Πίνακας 4: Τύπος μοντελοποίησης και δυνατές χρήσεις

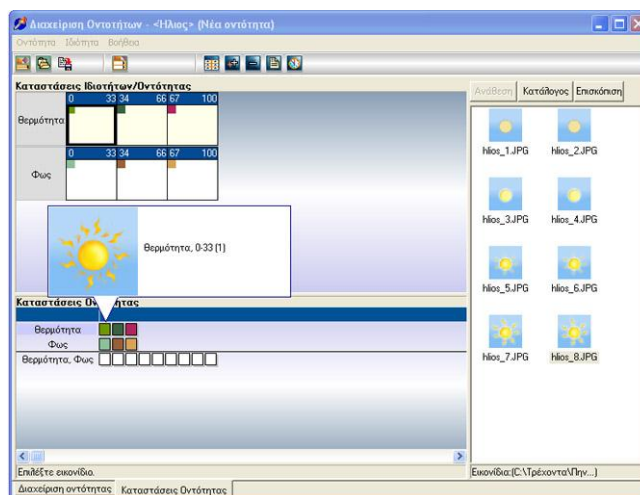
Στο πλαίσιο αυτό πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη των εκπαιδευτικών λογισμικών «Δημιουργός Μοντέλων» και ModellingSpace. Τα βασικά δομικά τους συστατικά είναι τα *μοντέλα*, οι *οντότητες*, οι *ιδιότητες* και οι *σχέσεις*.

4.2 Βασικά εργαλεία δημιουργίας μοντέλων

Στα εκπαιδευτικά λογισμικά «Δημιουργός Μοντέλων» και ModellingSpace ένα *μοντέλο* είναι μια συνάθροιση *οντοτήτων* που έχουν σαφώς προκαθορισμένες *ιδιότητες* και μπορούν να συσχετιστούν μεταξύ τους με καλώς προσδιορισμένες *σχέσεις*. Το μοντέλο χρησιμεύει στη διατύπωση και επίλυση ενός προβλήματος ή μιας ομάδας προβλημάτων (Komis et al., 2001).

Η *οντότητα* είναι το δομικό στοιχείο που περιγράφει τα κοινά χαρακτηριστικά μιας αφαιρετικής έννοιας του πραγματικού ή εννοιολογικού κόσμου και χρησιμοποιείται για την αναπαράστασή της. Κάθε κοινό χαρακτηριστικό αναπαρίσταται από μία *ιδιότητα*. Οι ιδιότητες είναι εσωτερικά χαρακτηριστικά των οντοτήτων τα οποία μεταβάλλονται προσδίδοντάς τους δυναμική συμπεριφορά. Η *σχέση* είναι αναπαράσταση της εξάρτησης που έχει μια ιδιότητα από άλλες ιδιότητες της ίδιας ή άλλων οντοτήτων. Με τον τρόπο αυτό, τα λογισμικά οπτικοποιούν τη συμπεριφορά των οντοτήτων που συμμετέχουν σε ένα μοντέλο βοηθώντας έτσι το χρήστη να εξηγήσει και να αιτιολογήσει τα φαινόμενα που αναπαριστώνται.

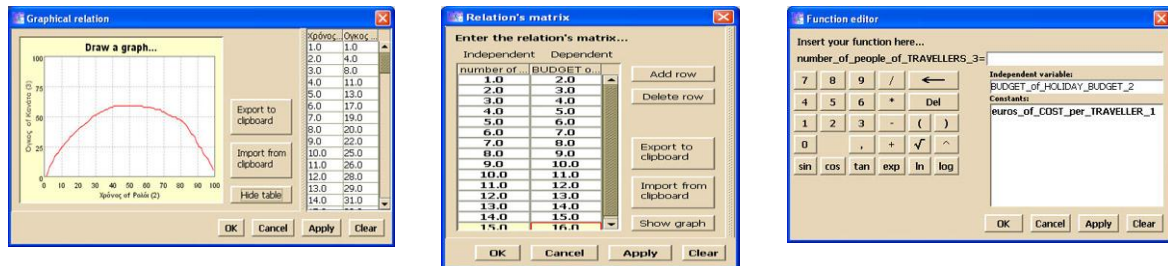
Ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει τα δικά του μοντέλα στο χώρο δημιουργίας – δοκιμής μοντέλων ενώ έμπειροι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν νέες οντότητες με τη χρήση ενός εργαλείου των λογισμικών, του «**Δημιουργού Οντοτήτων**». Με το «Δημιουργό Οντοτήτων» ο χρήστης ορίζει μια οντότητα (όνομα, εικονική αναπαράσταση και περιγραφή) και καθορίζει τις ιδιότητές της. Διαθέτει επίσης όλα τα εργαλεία διαχείρισης μίας οντότητας (προσθήκη, διαγραφή και διόρθωση ιδιότητας, διόρθωση, δοκιμή, καταστάσεις οντότητας) (Εικόνα 1).



Εικόνα 1: Διεπιφάνεια ορισμού και διαχείρισης καταστάσεων οντότητας

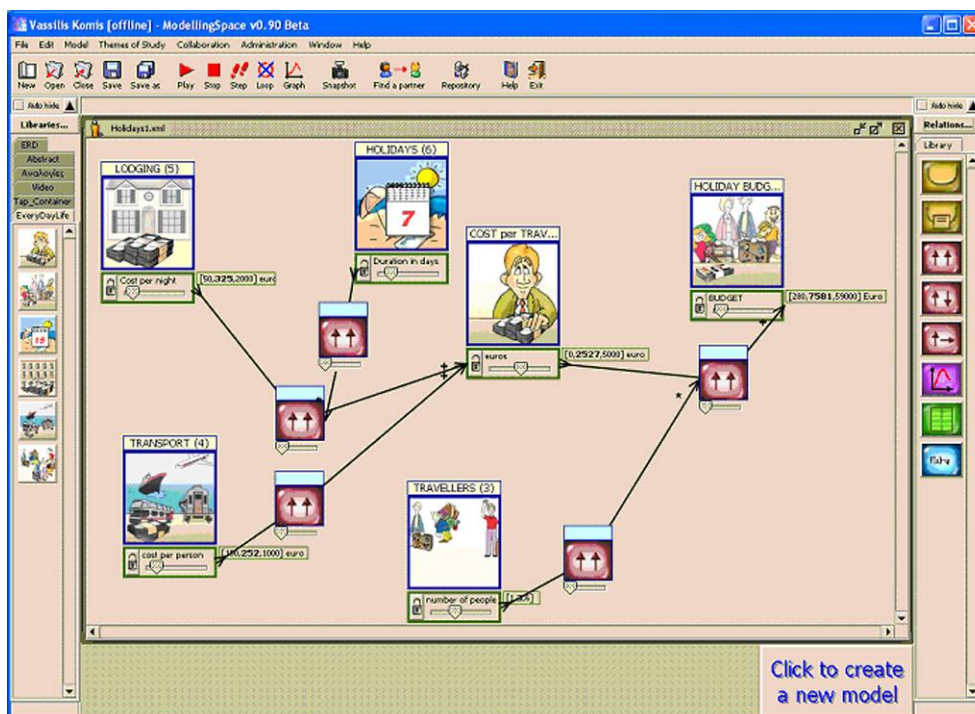
Οι *σχέσεις* επιτρέπουν τη συσχέτιση των ιδιοτήτων μίας ή περισσότερων οντοτήτων και ορίζουν τους τρόπους σύμφωνα με τους οποίους οι ιδιότητες αλλάζουν και αλληλοεπηρεάζονται. Οι σχέσεις μπορεί να είναι ποιοτικές, ημιποσοτικές ή ποσοτικές. Στην εικόνα 3 (δεξιό τμήμα της διεπιφάνειας εργασίας του λογισμικού) φαίνεται το σύνολο των σχέσεων που εμπεριέχει το λογισμικό ModellingSpace. Οι δύο πρώτες επιτρέπουν τη δημιουργία ποιοτικών σχέσεων ανάμεσα σε οντότητες (στη λογική ενός εννοιολογικού χάρτη), οι τρεις επόμενες (*αυξάνει – αυξάνει*, *αυξάνει – ελαττώνεται*, *αυξάνει – σταθερό*) επιτρέπουν τη δημιουργία ημιποσοτικών μοντέλων και

οι τρεις τελευταίες (σχέση – γράφημα, σχέση – πίνακας τιμών και δημιουργός μαθηματικής σχέσης) τη δημιουργία ποσοτικών μοντέλων. Η διεπιφάνεια χρήσης των τριών ποσοτικών σχέσεων φαίνεται στην εικόνα 2. Με τη σχέση - γράφημα ο χρήστης σχεδιάζει στο καρτεσιανό επίπεδο δύο μεταβλητών το γράφημα της συσχέτισής τους και το μοντέλο λειτουργεί με τον αντίστοιχο τρόπο. Με τη σχέση – πίνακας τιμών ο χρήστης εισάγει έναν πίνακα τιμών για τις δύο συσχετιζόμενες μεταβλητές και το μοντέλο προσομοιώνεται κατάλληλα. Με δημιουργό μαθηματικής σχέσης ο χρήστης δημιουργεί τις κατάλληλες μαθηματικές εκφράσεις ανάμεσα σε μια εξαρτημένη, μια ανεξάρτητη μεταβλητή και μία ή περισσότερες παραμέτρους.



Εικόνα 2: Διεπιφάνεια ορισμού και διαχείρισης των τριών ποσοτικών σχέσεων

Στην εικόνα 3 παρουσιάζεται το πλήρες μοντέλο μιας μαθηματικής δραστηριότητας (βλέπε παράρτημα) με τη χρήση ημιποσοτικών σχέσεων που λειτουργούν προσθετικά (δύο ή περισσότερες σχέσεις σε μία ιδιότητα) και πολλαπλασιαστικά (μία σχέση σε μία άλλη σχέση).



Εικόνα 3. Πλήρης ανάπτυξη του μοντέλου έκφρασης «τα ταξίδια»

Το μοντέλο αυτό μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

Προϋπολογισμός_Διακοπών = Κόστος_ανά_Ταξιδιώτη * Αριθμός_Ταξιδιωτών

Κόστος_ανά_Ταξιδιώτη = Κόστος_Μεταφοράς + Κόστος_Διαμονής_ανά_Ημέρα * Αριθμός_Ημερών

Ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει κάθε μία από τις ανεξάρτητες μεταβλητές του μοντέλου με ποιοτικό τρόπο (χρησιμοποιώντας τα χειριστήρια των ιδιοτήτων) ώστε να υπολογίσει το κόστος των διακοπών υπό κάποιους περιορισμούς.

5. ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Οι δραστηριότητες των κλάσεων για τα μαθηματικά, μέσα από την έμφαση στη μοντελοποίηση καθημερινών καταστάσεων και την προοδευτική μετάβαση από ποιοτικές σχέσεις (προσδιορισμός των σχέσεων) σε ημι-ποσοτικές (προσδιορισμός της κατεύθυνσης των σχέσεων) και τέλος σε ποσοτικές (προσδιορισμός των σχέσεων με ακρίβεια) προσφέρουν ένα πλαίσιο μελέτης των μαθηματικών ιδεών και των σχέσεών τους που επιτρέπει στους μαθητές να τις επεξεργαστούν σταδιακά και συστηματικά, να τις συσχετίσουν, να διαπιστώσουν τη σκοπιμότητά τους και τον τρόπο που λειτουργούν σε διαφορετικά καθημερινά και άλλα πλαίσια. Η παραπάνω προσέγγιση μπορεί να στηρίξει αποτελεσματικά την κατασκευή ή την ανακατασκευή του σχετικού μαθηματικού νοήματος από τους μαθητές, καθώς τους προσφέρει τη δυνατότητα:

- ◇ ενασχόλησης με τις μαθηματικές ιδέες σε ένα ευέλικτο, δυναμικό και συνδεδεμένο με την πραγματικότητα περιβάλλον,
- ◇ έκφρασης των μαθηματικών ιδεών με ποικίλα μέσα (με εικόνες, γραφικά και συμβολικά) και αξιολόγησης αυτών των μέσων ως προς το είδος της πρόσβασης και του ελέγχου που επιτρέπουν στη συμπεριφορά και στην αλληλεπίδραση των μαθηματικών ιδεών,
- ◇ εργαλειοποίησης των μαθηματικών οντοτήτων για την κατασκευή μοντέλων (απλουστεύσεων) της καθημερινότητας, έτσι ώστε να κατανοηθεί η πολυπλοκότητά της και στη συνέχεια να τεθεί υπό έλεγχο,
- ◇ διεπιστημονικής προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης, με την αξιοποίηση γνώσεων από τις φυσικές επιστήμες.

Ένα τέτοιο περιβάλλον μάθησης επιτρέπει στους μαθητές:

- ◇ να συνειδητοποιήσουν τη χρησιμότητα, καθώς και τη λειτουργικότητα των μαθηματικών ιδεών στην καθημερινή ζωή,
- ◇ να κατανοήσουν τη συμπεριφορά τους κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες,
- ◇ να διαπιστώσουν τον τρόπο που οι μαθηματικές ιδέες συνδέονται και αλληλεπιδρούν, για να δώσουν λύσεις σε ουσιαστικά ερωτήματα (μακροπρόθεσμα, να εκτιμήσουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικές οντότητες «συνεργάζονται» για να προσφέρουν μια αποτελεσματική θεώρηση του κόσμου – τη μαθηματική / ποσοτική),
- ◇ να αναπτύξουν στρατηγικές επίλυσης τόσο μαθηματικών όσο και καθημερινών προβλημάτων,
- ◇ να αναπτύξουν διάφορες ικανότητες, όπως αντίληψης χώρου, εφαρμογής γενικών αρχών, εργασίας με αφηρημένες ποσότητες, χρήσης συμβόλων, και δεξιότητες, όπως εφαρμογής κανόνων και εκτέλεσης υπολογιστικών αλγορίθμων, οι οποίες χαρακτηρίζουν τη μαθηματική σκέψη.

Στην παρούσα φάση, το εκπαιδευτικό υλικό και τα εργαλεία που υποστηρίζουν την εφαρμογή του σε διδακτικές καταστάσεις και περιγράφονται σε αυτή την εργασία, δοκιμάζονται σε πιλοτικό επίπεδο τόσο με ομάδες μαθητών όσο και με πραγματικές τάξεις (Κόμης et al., 2001).

Βιβλιογραφία

- Bliss J., (1994), From Mental Models to Modelling. In H. Mellar, J. Bliss, R. Boohan, J. Ogborn, C. Tompsett (Eds). *Learning with Artificial Worlds: Computer Based Modelling in the Curriculum*. pp. 27-32, London: The Falmer Press.
- Bliss, J., Saljo, R. & Light, P. (eds) (1999), *Learning sites*, Oxford, UK: Earli.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (eds) (1995), *The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures*, N. Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. (1993), Discourse, Mathematical Thinking and Classroom Practice, in E.A. Forman, N. Minick & C.A. Stone (eds), *Context for Learning*, New York: Oxford University Press.
- Dimitracopoulou A., Komis V., Politis P., Apostolopoulos P., (1999). Design Principles of a New Modelling Environment Supporting Various Types of Reasoning and Interdisciplinary Approaches, in S.P. Lajoie and M. Vivet (Eds), *Proceedings of 9th International Conference of Artificial Intelligence in Education*, Le Mans, France, IOS Press Ohmsha, pp. 109-120.
- Hestenes D., (1992). Modeling games in the Newtonian World. *American Journal of Physics*, 60, pp. 732-748.
- Κόμης Β., Κότσαρη Μ., Λαβίδας Κ., Φείδας Χ., Αβούρης Ν., Δημητρακοπούλου Α., Πολίτης Π., Εργαλεία αναπαράστασης και διαμεσολάβηση κατά τη συνεργατική επίλυση προβλήματος σε υπολογιστικό περιβάλλον, Τζεκάκη Μ. & Χατζηπαντελής Θ. (επιμέλεια), 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή «Διδακτική των Μαθηματικών και Πληροφορική στην Εκπαίδευση», Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 2001, σελ. 500-507.
- Komis, V., Dimitracopoulou, A., Politis, P., Avouris, N., (2001). Expérimentations sur l'utilisation d'un logiciel de modélisation par petits groupes d'élèves, *Sciences et techniques éducatives*, Hermes, Vol. 8, No 1-2, Avril 2001, pp. 75-86.
- Mellar H., Bliss J., Boohan, R., Ogborn, J., Tompsett, (Eds), (1994). *Learning with Artificial Worlds: Computer Based Modelling in the Curriculum*, London: The Falmer Press.
- Teodoro V. D. (1994). Learning with Computer-Based Exploratory Environments in Science and Mathematics. in S. Vosniadou, E. De Corte, H. Mandl (Eds.), *Technology - Based Learning Environments : Psychological and Educational Foundations*. NATO ASI Series, Serie F: Computer and Systems Sciences, Vol. 137, pp.179-186. Berlin : Springer Verlag.
- Vygotsky L., (1962). *Thought and Language*, MIT Press.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Υπόδειγμα δραστηριοτήτων

Το ταξίδι, Τάξη: Α΄ Γυμνασίου

Η ανάπτυξη των μέσων μεταφοράς των τελευταίων δεκαετιών έχει διευκολύνει την πραγματοποίηση ταξιδιών, ιδιαίτερα σε τόπους που μερικές δεκαετίες πριν φαίνονταν μακρινοί και απροσπέλαστοι στην πλειοψηφία των ανθρώπων. Από την άλλη, οι έντονοι ρυθμοί της σύγχρονης ζωής έχουν επιβάλει την ανάγκη έστω και ολιγοήμερων διακοπών. Έτσι, κάθε χρόνο, χιλιάδες άνθρωποι προγραμματίζουν τις διακοπές τους, με βάση φυσικά τις οικονομικές τους δυνατότητες. Συνέπεια των παραπάνω είναι η πληθώρα των ταξιδιωτικών γραφείων, τα οποία προσπαθούν με διάφορες προσφορές να ελκύσουν πελάτες.

Υποθέστε ότι εργάζεστε σε ένα μεγάλο ταξιδιωτικό γραφείο και ο προϊστάμενός σας ζητά να συγκροτήσετε μια προσφορά για δύο ενήλικα άτομα που να αφορά σε ένα πενθήμερο ταξίδι σε ένα ελληνικό νησί στη διάρκεια του Πάσχα του 2002.

1. Να διαλέξετε έναν συγκεκριμένο τόπο προορισμού και στη συνέχεια να αποφασίσετε και να σημειώσετε:
 - τους παράγοντες που πρέπει να λάβετε υπόψη σας, για να μπορέσετε να καθορίσετε το ύψος του κόστους της προσφοράς,
 - Προσεγγιστικά, το ύψος του κόστους των διακοπών που θα ήταν ελκυστικό σε όσο το δυνατό περισσότερους ανθρώπους
 - τον ή τους παράγοντες που νομίζετε ότι έχουν τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη συμβολή στο συνολικό κόστος της προσφοράς.
2. Να εξετάσετε και να εξηγήσετε τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των παρακάτω:
 - κόστους διαμονής και διάρκειας (αριθμού ημερών), όταν το κόστος μεταφοράς παραμένει σταθερό
 - κόστους μεταφοράς και συνολικού κόστους, όταν το συνολικό κόστος διαμονής παραμένει σταθερό
 - κόστους διαμονής και συνολικού κόστους, όταν το κόστος μεταφοράς παραμένει σταθερό
 - συνολικού κόστους και αριθμού ημερών, όταν το κόστος διαμονής ανά ημέρα και το κόστος μεταφοράς παραμένουν σταθερά
 - κόστους διαμονής και κόστους μεταφοράς, όταν το συνολικό κόστος παραμένει σταθερό
3. Με βάση τη μελέτη που προηγήθηκε, **να κατασκευάσετε ένα μοντέλο** στο χώρο δημιουργίας μοντέλων που θα περιγράφει τον τρόπο που επιδρούν οι διάφοροι παράγοντες στον υπολογισμό του συνολικού κόστους των διακοπών της προσφοράς που σας έχει ζητηθεί να ετοιμάσετε.