ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ: ΕΡΕΥΝΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ • 2007 • ΔΙΠΛΟ ΤΕΥΧΟΣ 20-21 • σ. 66-73

Β. ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΝΗΤΑ | ΣΧΟΛΙΚΑ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Β4 Ο ρόλος των εμπειρικών πλαισίων αναφοράς στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης. Η χρήση τους στα νέα σχολικά βιβλία μαθηματικών της Β′ Τάξης Δημοτικού

Κώστας Ζαχάρος
Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών
zacharos@upatras.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ. *Τα εμπειρικά πλαίσια αναφοράς που επιλέγονται για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών στις πρώτες σχολικές βαθμίδες, διαδραματίζουν ένα σημαντικό παιδαγωγικό ρόλο. Γιατί, η συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών είναι μια διαδικασία μεσολάβησης μεταξύ εμπειρικών αντικειμένων και πλαισίων αναφοράς που χρησιμοποιεί η μαθηματική εκπαίδευση και σημείων και συμβόλων (signs/symbols) από την άλλη.*

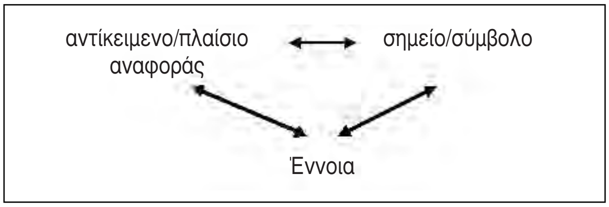
Στην παρούσα έρευνα θα παρουσιαστούν ενδεικτικά παραδείγματα που αντλήθηκαν από το νέο σχολικό βιβλίο των Μαθηματικών της Β′ Τάξης του Δημοτικού. Εδώ, σύμφωνα με εμπειρικά ευρήματα, τα προτεινόμενα πλαίσια αναφοράς αντί να διευκολύνουν στην οικειοποίηση της νέας γνώσης, με την πολυσημία και την ασάφειά τους, δημιουργούν δυσκολίες στην κατάκτηση της νέας γνώσης.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ

Το νόημα των μαθηματικών εννοιών οικοδομείται ενεργά από το μαθητή ως μια σχέση μεσολάβησης μεταξύ σημείων/συμβόλων (signs/symbols)[1], από τη μια και αντικειμένων/πλαισίων αναφοράς (objects/references), από την άλλη. Τα αντικείμενα που απαντώνται στην προσχολική και πρώτη σχολική εκπαίδευση είναι κατά βάση εμπειρικά αντικείμενα (Ζαχάρος, 2007). Οι σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ σημείων/συμβόλων και αντικειμένων/πλαισίων αναφοράς στο πλαίσιο της σχολικής τάξης των μαθηματικών δεν είναι υποκειμενικές ή αυθαίρετες, αλλά, προσδιορίζονται από επιστημολογικές συνθήκες συγκρότησης της μαθηματικής γνώσης. Οι σχέσεις αυτές διαμορφώνουν ένα «επιστημολογικό τρίγωνο» (epistemological triangle, Steinbring, 2005, 2006) που μπορούμε να του προσδώσουμε τη μορφή του σχήματος 1.

[1] Οι έννοιες αντλήθηκαν από τον F. Saussure. Το *σημείο* είναι ένα μαθηματικό αντικείμενο που μπορεί να πάρει ποικίλες μορφές, όπως, ένα γράμμα, μια εικόνα, ένα διάγραμμα κ.λπ. Η σπουδαιότητά του δεν συνίσταται στο ίδιο το σημείο, αλλά στο νόημα που προσλαμβάνει στο πλαίσιο λειτουργίας του. Το *σύμβολο*, ενώ περιέχει τις λειτουργίες του σημείου, παράλληλα έχει μια δική του δομή, όπως τα 3.05€ που βασίζεται στη δομή του δεκαδικού συστήματος.

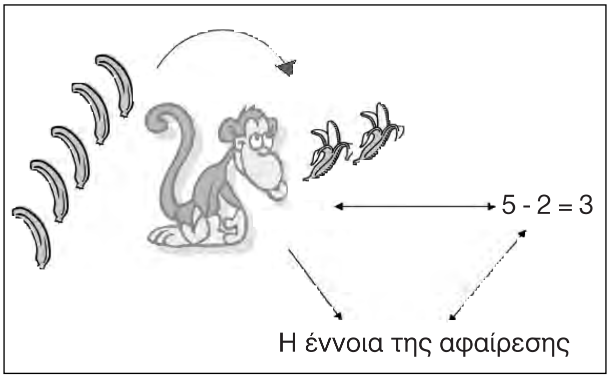
Σχήμα 1:
Η οικοδόμηση του μαθηματικού νοήματος:
Το «επιστημολογικό τρίγωνο»



Οι σχέσεις μεταξύ της έννοιας, του σημείου/συμβόλου και του αντικειμένου/πλαισίου αναφοράς, περιγράφουν τη θεμελιώδη δομή της επιστημολογικής τριάδας. Σε αυτό το θεωρητικό σχήμα τα σημεία/σύμβολα είναι διαφορετικά από τα αντικείμενα. Τα νέα, μη οικεία σημεία, χρειάζεται να σχετίζονται με συγκεκριμένα αντικείμενα αναφοράς ώστε να προσλάβουν συγκεκριμένο νόημα. Παράλληλα, στην επιστημολογική τριάδα πρέπει να υπογραμμιστεί ο σχετικά αυτόνομος ρόλος της έννοιας, που διακρίνεται από το αντικείμενο και το σημείο. Οι σχέσεις μεταξύ αντικειμένων/πλαισίων αναφοράς και σημείων/συμβόλων δεν είναι ικανές από μόνες τους να εκφράσουν τις ποικίλες πτυχές που συνθέτουν τη διδασκόμενη έννοια. Προκειμένου αρχικά να οργανωθεί και στη συνέχεια να εξελιχθεί η διαμεσολάβηση μεταξύ σημείων/συμβόλων και των πλαισίων αναφοράς ως στοιχεία που συγκροτούν την έννοια, ο κεντρικός πυρήνας της έννοιας αυτής πρέπει να ενυπάρχει ως ένα αρχικό αδιαμόρφωτο εννοιολογικό σχήμα. Σε ένα επόμενο στάδιο συγκρότησης και ανάπτυξης του γνωστικού επιπέδου του μαθητή υφίσταται μια σταδιακή αντικατάσταση των εξωτερικών διακριτών αντικειμένων, που χρησιμοποιούνται εισαγωγικά στις πρώτες βαθμίδες της εκπαίδευσης, με νοητά αντικείμενα και δομές.

Πολλά παιδιά, ήδη από την πρώτη σχολική ηλικία, αντιλαμβάνονται ότι τα αντικείμενα που τους παρουσιάζονται ως εκπαιδευτικό υλικό, όπως οι κύβοι, το αριθμητήριο κ.λπ., δεν έχουν ενδιαφέρον στο πλαίσιο του μαθήματος των μαθηματικών ως αντικείμενα καθαυτά, αλλά επειδή ενσωματώνουν μαθηματικές ιδέες και δομές. Στο κοινωνικό πλαίσιο της σχολικής τάξης των μαθηματικών η απόκτηση της ικανότητας συσχέτισης μεταξύ των σημείων και των αντικειμένων αναφοράς αποκτάται μέσω παραδειγμάτων. Ένα παράδειγμα είναι αυτό του σχήματος 2, που παραλλαγές του απαντώνται συχνά στα σχολικά εγχειρίδια. Τα παραδείγματα αυτά λειτουργούν ως πρότυπα, προσφέρουν ενδείξεις για την αναγνώριση και την ερμηνεία των αριθμητικών πράξεων και τα παιδιά εκπαιδεύονται να τα ερμηνεύουν μαθηματικά σωστά. *Η πρόσθεση* είναι ο ερχομός, η τοποθέτηση και άλλων, κ.λπ, ενώ *η αφαίρεση* είναι η απομάκρυνση, το φάγωμα κ.λπ.

Σχήμα 2:
Η «επιστημολογική τριάδα» σε ένα εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς της αφαίρεσης



Οι προηγούμενες επισημάνσεις δηλώνουν την παιδαγωγική σημασία του εμπλουτισμού της διδασκαλίας, ιδιαίτερα στην προσχολική και πρώτη σχολική βαθμίδα, με κατάλληλες αναπαραστάσεις που συνεισφέρουν στην οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών. Βέβαια, στο πλαίσιο της διδακτικής τυπολογίας συνήθως απλοποιούνται οι σχέσεις μεταξύ του συστήματος σημείων και του πλαισίου αναφοράς που συνήθως περιορίζονται σε μια απλή οριακή δυνατότητα ανάγνωσης. Αυτή η απλοποίηση δεν προσφέρεται για την ανάπτυξη νοητικά επεξεργασμένων προσεγγίσεων που θα δίνουν στα παιδιά τη δυνατότητα ανάπτυξης ευέλικτων και αποτελεσματικών στρατηγικών.

Πρόθεση της παρούσας εργασίας είναι να αναδείξει τα προβλήματα διδασκαλίας που ανακύπτουν στις περιπτώσεις που το προτεινόμενο επικοινωνιακό πλαίσιο δεν είναι συμβατό με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών ή, σύμφωνα με την έκφραση του L. Vygotsky (1978), δεν ανήκει στη «ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης». Σε αυτές τις περιπτώσεις το πλαίσιο αναφοράς δεν είναι αναγνωρίσιμο και δημιουργεί δυσκολίες στην κατάκτηση της νέας γνώσης, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις μαθητών και μαθητριών που το κοινωνικό περιβάλλον δεν τους προσφέρει μια ποικιλία κοινωνικών και πολιτιστικών ανταλλαγών και παράλληλα δεν ενθαρρύνει μια αυτόνομη μαθησιακή συμπεριφορά. Στη συνέχεια, μέσα από ενδεικτικά παραδείγματα του σχολικού βιβλίου των Μαθηματικών της Β′ Τάξης του Δημοτικού (Καργιωτάκης, κ.ά. 2006), θα επιχειρήσουμε να αναδείξουμε περιπτώσεις που το προτεινόμενο εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς αντί να διευκολύνει στην οικειοποίηση της νέας γνώσης, με την πολυσημία της επιδεχόμενης ερμηνείας και την ασάφειά του, αναιρεί την επιθυμητή λειτουργία του, με πιθανή συνέπεια την αποθάρρυνση των νέων μαθητών από την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΑΝΑΦΟΡΑΣ. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ Β′ ΤΑΞΗΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Τα παραδείγματα (προβλήματα) που θα συγκεντρώσουν το ερευνητικό μας ενδιαφέρον περιέχονται στο Βιβλίο του Μαθητή της Β′ Τάξης Δημοτικού (Καργιωτάκης, κ.ά. 2006).

- **Τα προβλήματα**

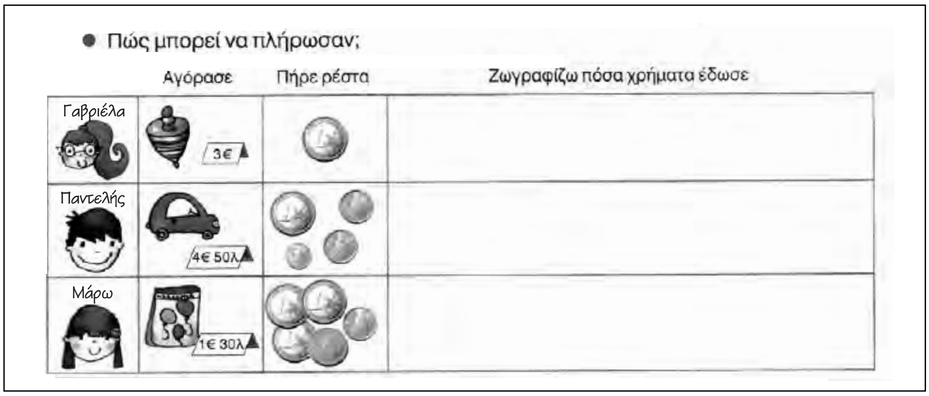
Τα προβλήματα απαιτούν από τους μαθητές και τις μαθήτριες να υπολογίσουν («ζωγραφίσουν») πόσα χρήματα έδωσαν οι απεικονιζόμενοι πρωταγωνιστές ώστε να αγοράσουν τα αντίστοιχα παιγνίδια και να πάρουν τα ρέστα που σημειώνονται (Βιβλίο του μαθητή, α′ τεύχος, σελ. 45, σχ. 3).

Τα προβλήματα εντάσσονται σε μια ενότητα που έχει σκοπό τη γνωριμία με τα νομίσματα και την ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης «πραγματικών» προβλημάτων με τη χρήση νομισμάτων.

Τα παρακάτω προβλήματα (σχ. 3) δόθηκαν σε έντεκα προπτυχιακές φοιτήτριες του Τμήματος Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία (Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η.) του Πανεπιστημίου Πατρών, στα πλαίσια ενός μαθήματος επιλογής που δίνει έμφαση σε θέματα μεθοδολογίας και διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών. Ζητήθηκε να απαντηθούν με τον τρόπο που προτείνει το σχολικό εγχειρίδιο, δηλαδή με τη γραπτή αναπαράσταση των νομισμάτων. Οι απαντήσεις δόθηκαν με στυλό ώστε να υπάρχει η δυνατότητα καταγραφής των αρχικών λύσεων, στις περιπτώσεις που έχουμε διορθωτικές παρεμβάσεις. Στις περιπτώσεις των διορθώσεων προσμετρήσαμε ως απαντήσεις και τις πρώτες, διορθωμένες λύσεις. Τέλος, ζητήθηκε να σχολιαστούν τα προβλήματα ως προς τη σαφήνεια και το βαθμό δυσκολίας, επισημαίνοντας ότι προορίζονται για μαθητές και μαθήτριες της Β′ Τάξης Δημοτικού.

Θεωρώντας ότι οι προσδοκόμενες από τους συγγραφείς «σωστές» απαντήσεις είναι: για το πρώτο πρόβλημα δύο νομίσματα των δύο ευρώ, για το δεύτερο τρία νομίσματα των δύο ευρώ και για το τρίτο ένα χαρτονόμισμα των πέντε ευρώ, οι κυρίαρχες

Σχήμα 3: Βιβλίο του Μαθητή, Β′ Τάξης Δημοτικού, τεύχος α′, σελ. 45.



απαντήσεις των φοιτητών καταγράφονται στον επόμενο πίνακα:

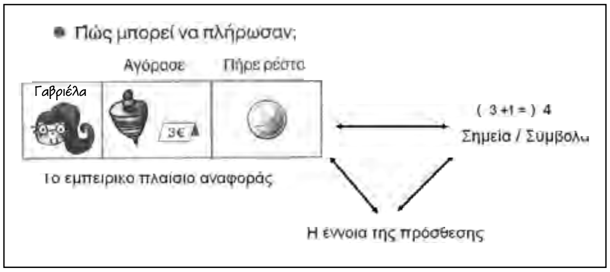
Πίνακας: Προτεινόμενες λύσεις

		Προτεινόμενες Λύσεις	Συχνότητες
1ο πρόβλημα	I	2 2	7
	II	1 1 1 1	3
	III	1	
	IV	1 1 1 50 50	1
2ο πρόβλημα	I	2 2 2	5*
	II	1 1 1 1 1 1	
	III	$\boxed{5}$ 1	3
	IV	1 1 1 1 1	1
	VI	1 1 1 1 50 50 50 20λ 20λ 10λ	1
	VII	1 1 1 1 20λ 20λ 10λ	1*
	VIII	2 2 1 50 20λ 20λ 10λ	1
* Σε ένα υποκείμενο καταγράφονται δύο απαντήσεις (I και VII).			
3ο πρόβλημα	I	$\boxed{5}$	7*
	II	2 2 1	2*
	III	1 1 1 1 1	1
		1 1 1 1 50λ 30λ 20λ	1
		1 1 1 50 50 50 20λ 20λ 10λ	1
* Σε ένα υποκείμενο καταγράφονται δύο απαντήσεις (I και II).			

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΕΥΡΗΜΑΤΩΝ

Το νόημα των εννοιών της πρόσθεσης (ή αφαίρεσης), για παράδειγμα στο πρώτο πρόβλημα, οικοδομείται ως μια σχέση διαμεσολάβησης μεταξύ του εμπειρικού πλαισίου αναφοράς από τη μια και των σημείων/συμβόλων (signs/symbols) από την άλλη. Το εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς στο παράδειγμα αυτό είναι το αντικείμενο με την αναγραφόμενη τιμή του και τα ρέστα (1€), ενώ τα σημεία/σύμβολα είναι η πράξη της πρόσθεσης «3+1=4» (σχ. 4).

Σχήμα 4:
Το εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς στο πρώτο πρόβλημα

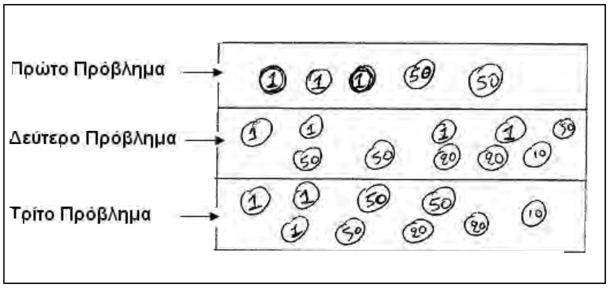


Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η «σωστή» απάντηση προϋποθέτει ότι ο μαθητής γνωρίζει την έννοια των «ρέστων», κατανοεί ότι το άθροισμα της αξίας του αντικειμένου και των ρέστων ισούται με το συνολικό ποσό των χρημάτων που έδωσε και να υπολογίζει σωστά το άθροισμα και τέλος, κατανοεί και υιοθετεί την κοινωνική σύμβαση, ότι δεν δίνουμε νομίσματα που θα μας επιστραφούν ως ρέστα.

Είναι λοιπόν φανερό ότι το εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς εμπεριέχει κοινωνικές παραμέτρους που σχετίζονται με οικονομικές συναλλαγές. Οι συνθήκες συνεπώς του προβλήματος προσδιορίζουν ότι η σωστή απάντηση οφείλει να προσμετρά τις πρακτικές μιας κοινωνικά ορθής οικονομικής συναλλαγής και όχι οποιεσδήποτε λύσεις που στα πλαίσια της τυπικής αριθμητικής θεωρούνται σωστές. Σε μια «ορθή» οικονομική συναλλαγή για την αγορά ενός αντικειμένου αξίας 3€, για να πάρουμε ρέστα 1€ απαιτείται να δώσουμε δύο κέρματα των 2€. Από μαθηματική όμως άποψη ισότητες, όπως, 1+3=1+1+1+1 ή 1+3=1+1+1+0.50+0.50 κ.λπ., είναι εξίσου σωστές! Συνεπώς, στο παράδειγμα που πραγματευόμαστε εδώ, η διαδικασία απόστασης του προβλήματος από το συγκεκριμένο πλαίσιο και η «αναπλαισίωσή» του (recontextualization, Dowling, 1998, 2001) και ένταξή του σε ένα νέο, διαφορετικό πλαίσιο συμφραζομένων, όπου κυριαρχεί το επικοινωνιακό πλαίσιο της σχολικής τάξης οδηγεί σε λύσεις που κινούνται στα τυπικά όρια της αριθμητικής, σε αντίθεση με το εμπειρικό πλαίσιο όπου κυριαρχούν κοινωνικές παράμετροι και πρακτικές.

Η δυσλειτουργία του συγκεκριμένου πλαισίου αναφοράς αποτυπώνεται και στις λύσεις που προτείνονται από τις φοιτήτριες του δείγματός μας. Αρκετές από αυτές (4 στις 11 στο πρώτο πρόβλημα, 6 στις 11 στο δεύτερο και 4 στις 11 στο τρίτο) δίνουν λύσεις που θεωρούνται «προβληματικές» σε ένα κοινωνικό πλαίσιο συναλλαγών, ενώ οι περισσότερες από αυτές είναι μαθηματικά σωστές, όπως στην περίπτωση της επόμενης φοιτήτριας (σχ. 5):

Σχήμα 5:
Μια «προβληματική» απάντηση σε μια μαθηματικά σωστή λύση

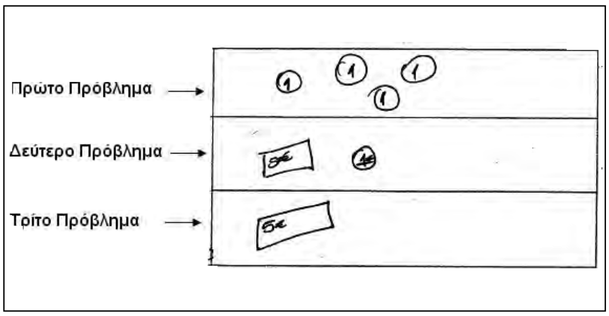


Η συγκεκριμένη φοιτήτρια σχολιάζει τα προβλήματα ως εξής:

Φοιτήτρια: «Κατά τη γνώμη μου ήταν εύκολη η προσέγγιση του προβλήματος. Έχει να κάνει με την πρόσθεση. Προσθέτουμε αυτά που έδωσε για την αγορά και αυτά που πήρε ρέστα και βλέπουμε πόσα χρήματα έδωσε. Για τα παιδιά της Β′ Τάξης πιστεύω ότι θα ήταν εύκολο».

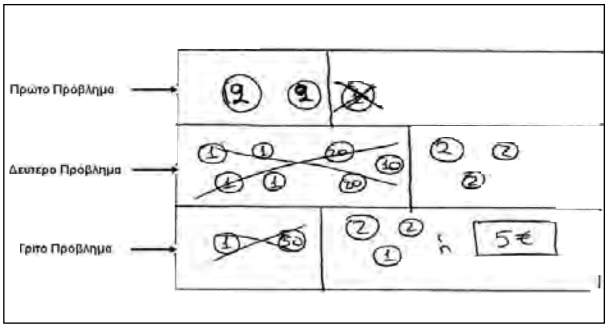
Παρόμοια, μια άλλη φοιτήτρια (σχ. 6) ενώ δίνει λύσεις μαθηματικά σωστές, στα δύο πρώτα προβλήματα δεν προσμετρά τους περιορισμούς του κοινωνικού πλαισίου, σύμφωνα με το οποίο δεν δίνουμε νομίσματα, που θα μας επιστραφούν ως ρέστα.

Σχήμα 6:
Μια δεύτερη «προβληματική» απάντηση σε μια μαθηματικά σωστή λύση



Οι δυσκολίες κατανόησης του πλαισίου οδηγούν συχνά σε διλήμματα που εκφράζονται από διορθωτικές παρεμβάσεις, όπως στην επόμενη περίπτωση (σχ. 7).

Σχήμα 7:
Διλήμματα από την κατανόηση του πλαισίου



Η φοιτήτρια του προηγούμενου παραδείγματος περιγράφει τις δυσκολίες κατανόησης ως εξής:

Φοιτήτρια: «Στην αρχή θεώρησα ότι ήταν πολύ απλά προβλήματα, αλλά όταν τα παρατήρησα καλά, ιδιαίτερα τα ρέστα δυσκολεύτηκα πολύ. [...] Όσον αφορά τα παιδιά της Β′ Δημοτικού, θεωρώ πως δεν θα τη λύσουν σωστά, καθώς είναι λίγο πονηρή και δεν τα προσέξουν τα ρέστα ώστε να βρουν το κατάλληλο χρηματικό ποσόν που δόθηκε».

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

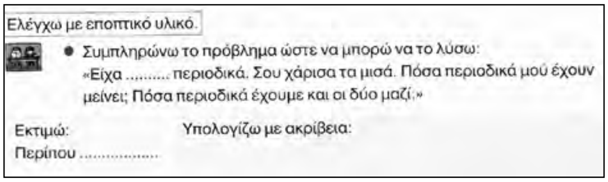
Η μεταρρύθμιση του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου, καθώς και το νέο έντυπο εκπαιδευτικό υλικό που υλοποιεί το αναλυτικό πρόγραμμα, δημιουργούν πολλά ερωτηματικά όσον αφορά την αποτελεσματικότητά τους. Είναι χαρακτηριστικό το γεγονός ότι στην περίπτωση της Β′ Δημοτικού, που αντιστοιχεί σε μαθητές και μαθήτριες 7 περίπου ετών, επιχειρείται σε θεωρητικό επίπεδο με αναφορές στον κονστρουκτιβισμό και τη γνωστική ψυχολογία να καλλιεργηθεί η αίσθηση ότι πρόκειται για μια σύγχρονη και προοδευτική εκπαιδευτική παρέμβαση. Όμως, είναι πράγματι προοδευτική η νέα εκπαιδευτική μεταρρύθμιση και προωθεί την αυτενέργεια του μαθητή ή πρόκειται για μια επίφαση παιδαγωγικών καινοτομιών που εξαντλούνται σε λεκτικές θεωρητικές διατυπώσεις;

Το «Βιβλίο του μαθητή» και το αντίστοιχο «Τετράδιο των εργασιών» βρίθουν παραδειγμάτων που αναδεικνύουν την ασυνέπεια μεταξύ γενικών διδακτικών προσεγγίσεων και διδακτικών πρακτικών, όπως αυτές οργανώνονται μέσω των εν λόγω βιβλίων. Ας παρακολουθήσουμε μερικά πρόσθετα ενδεικτικά παραδείγματα:

- **Πρώτο παράδειγμα**
  (σελ. 63, Βιβλίο του Μαθητή).

Ένας επιθυμητός διδακτικός στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι η εξοικείωση των μαθητών και μαθητριών με διαδικασίες εκτιμήσεων. Το Βιβλίο του μαθητή σε κάθε διδακτική ενότητα προτείνει δραστηριότητες εκτιμήσεων. Στο παράδειγμα που παρατίθεται (σχ. 8) οι μαθητές καλούνται να χειριστούν ένα πρόβλημα που αναφέρεται στη διαμέριση ενός συνόλου σε δύο ίσα μέρη.

Σχήμα 8:
Η εισαγωγή προβλημάτων εκτίμησης



Ελέγχω με εποπτικό υλικό.

- Συμπληρώνω το πρόβλημα ώστε να μπορώ να το λύσω:
  «Είχα .... περιοδικά. Σου χάρισα τα μισά. Πόσα περιοδικά μού έχουν μείνει; Πόσα περιοδικά έχουμε και οι δύο μαζί.»

Εκτιμώ: Υπολογίζω με ακρίβεια:
Περίπου ....

Ας παρακολουθήσουμε την αντιμετώπιση του προβλήματος από μια μαθήτρια της Β΄ Τάξης.

<u>*Πρώτη Περίπτωση*</u>*: Αποδοχή του διδακτικού συμβολαίου.* Η μαθήτρια επιλέγει 12 περιοδικά και προσδιορίζει ότι αν δώσει τα μισά θα μείνουν 6. Όμως, αποδεχόμενη τις συμβάσεις που επιβάλλει το «διδακτικό συμβόλαιο», σύμφωνα με το οποίο απαιτούνται προσεγγιστικοί υπολογισμοί, επιμένει να βάλλει στο σημείο της «εκτίμησης» τον αριθμό 5.

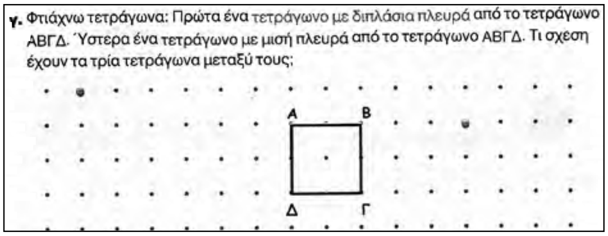
<u>*Δεύτερη περίπτωση*</u>*: Διάρρηξη του διδακτικού συμβολαίου.* Η ίδια μαθήτρια μας εκμυστηρεύεται ότι στις περιπτώσεις των προβλημάτων που απαιτούν αριθμητικές εκτιμήσεις συνηθίζει να βάζει τον αριθμό 12 που είναι ο «αγαπημένος» της!

Και στις δύο περιπτώσεις απουσιάζει κάθε έννοια οικοδόμησης μαθηματικής γνώσης. Παρά τις προσδοκίες των συγγραφέων, τα παιδιά αντιλαμβάνονται τις προσεγγίσεις ως ένα παιγνίδι χωρίς τις δεσμεύσεις των μαθηματικών περιορισμών.

- **Δεύτερο παράδειγμα**
  (Τετράδιο εργασιών 2ο τεύχος, σελ. 22 γ).

Στο επόμενο παράδειγμα (σχ. 9) έχουμε μια τυπική περίπτωση ασάφειας στη διατύπωση του προβλήματος: «Τι σχέση έχουν τα τρία τετράγωνα μεταξύ τους;»

Σχήμα 9:
Ασάφεια προβλημάτων



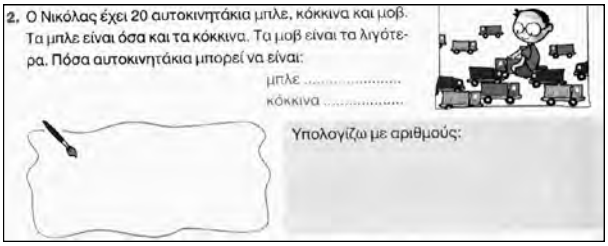
γ. Φτιάχνω τετράγωνα: Πρώτα ένα τετράγωνο με διπλάσια πλευρά από το τετράγωνο ΑΒΓΔ. Ύστερα ένα τετράγωνο με μισή πλευρά από το τετράγωνο ΑΒΓΔ. Τι σχεση έχουν τα τρία τετράγωνα μεταξύ τους;

- **Παραδείγματα τρίτο και τέταρτο**
  (Βιβλίο μαθητή, α΄ τεύχος, σελ. 57 και σελ. 55).

Ο επιθυμητός διδακτικός στόχος της επίλυσης προβλημάτων οδηγεί σε υπερβολές όπως αυτές των δύο επόμενων παραδειγμάτων (σχήματα 10 και 11).

Στην περίπτωση του σχήματος 10 επιλέγεται ένα ημι-ανοικτό πρόβλημα υψηλού βαθμού δυσκολίας. Η επιτυχής ανταπόκριση στις απαιτήσεις του εν λόγω προβλήματος προϋποθέτει τον προσδιορισμό προσθετέων με τους εξής περιορισμούς: το άθροισμά τους να είναι 20, οι δύο από αυτούς να είναι ίσοι και επιπλέον να είναι μεγαλύτεροι από τον τρίτο προσθετέο.

Σχήμα 10:
Πρόβλημα ιδιαίτερου βαθμού δυσκολίας



2. Ο Νικόλας έχει 20 αυτοκινητάκια μπλε, κόκκινα και μοβ. Τα μπλε είναι όσα και τα κόκκινα. Τα μοβ είναι τα λιγότερα. Πόσα αυτοκινητάκια μπορεί να είναι:

μπλε ....
κόκκινα ....

Υπολογίζω με αριθμούς:

Στην περίπτωση του σχήματος 11 ζητείται να προσδιοριστεί αν οι δοσμένες συνθήκες είναι ικανές για την επίλυση του προβλήματος.

Η επίλυση προβλημάτων, ενώ, όπως επισημάνθηκε, είναι ένας επιθυμητός διδακτικός στόχος, εν τούτοις προσκρούει σε ανυπέρβλητες δυσκολίες, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που το επίπεδο δυσκολίας τους δεν βρίσκεται στη γνωστική περιοχή που ο Vygotsky χαρακτηρίζει ως «ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης». Εδώ το αίτημα του προσδιορισμού των ικανών συνθηκών ώστε να δύναται να επιλυθεί το πρόβλημα καθιστά το εν λόγω διδακτικό εγχείρημα ιδιαίτερα δύσκολο. Επιπρόσθετα, το συγκεκριμένο πρόβλημα εμφανίζει δυσκολίες «ανάγνωσης» αντίστοιχες με αυτές των προβλημάτων του σχήματος 3.

Σχήμα 11:
Προσδιορισμός των ικανών συνθηκών για την επίλυση του προβλήματος

• Διαβάζω τα προβλήματα. Βάζω ✔ σε όσα λύνονται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	Μπορούν να λυθούν έτσι; ΝΑΙ	ΟΧΙ
Με 3 € και 50 λ. αγόρασα ένα περιοδικό και πήρα ρέστα. Πόσο έκανε το περιοδικό;		

Σε μια κοινωνιολογική προσέγγιση (Koustourakis & Zacharos, υπό αξιολόγηση) των νέων αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών της Β′ Δημοτικού και του αντίστοιχου έντυπου υλικού, με τη μέθοδο ανάλυσης περιεχομένου, διαπιστώνεται ότι ο βηματισμός παρουσίασης της ύλης είναι πολύ ισχυρός (Bernstein, 1996). Οι συνέπειες του προηγούμενου σχεδιασμού δημιουργούν την ανάγκη ενός δεύτερου παιδαγωγικού πλαισίου που συνήθως λειτουργεί στα πλαίσια της οικογένειας και συνεισφέρει ώστε να μειωθούν οι πιθανότητες της σχολικής αποτυχίας.

Πόσο, λοιπόν, οι αλλαγές στα σχολικά βιβλία των μαθηματικών συνεισφέρουν στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης από τους μαθητές; Ποιες διδακτικές πρακτικές αναπτύσσονται στη σχολική τάξη για την προσέγγιση της μαθηματικής γνώσης και ποια είναι η αποτελεσματικότητά τους; Πλήθος εμπειρικών δεδομένων, μέρος των οποίων παρουσιάστηκαν στην εργασία, μας κάνει να εικάσουμε ότι ο τρόπος διαμόρφωσης και προώθησης της μαθηματικής γνώσης στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση θα δημιουργήσει πολλά προβλήματα σε σημαντικό μέρος του μαθητικού πληθυσμού επιτείνοντας, δυστυχώς, τις ήδη υπάρχουσες εκπαιδευτικές ανισότητες. ■

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Bernstein, B. (1996). *Pedagogy, Symbolic Control and Identity*, London. Taylor & Francis.

Dowling, P. (1998). *The Sociology of Mathematics Education. Mathematical Myths/Pedagogic Texts.* London: Falmer Press.

Dowling, P. (2001). Mathematics Education in Late Modernity: Beyond Myths and Fragmentation. In B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural Research on Mathematics Education,* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey (pp. 19-36), London.

Koustourakis, G. & Zacharos, K. A. Comparative approach to the changes in mathematical education in Greek primary schools: The case of mathematical school knowledge for seven-year-old pupils. Ερευνητική εργασία που βρίσκεται σε διαδικασία αξιολόγησης.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective.* Springer, U.S.A.

Steinbring, H. (2006). What Makes a Sign a *Mathematical Sing?*- An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction. *Educational Studies in Mathematics*, *61(1-2)*, 163-182.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes,* Edited by Cole, M., John Steiner, V., Scribner, S.

& Souberman, E., Harvard University Press.

Ζαχάρος, Κ. (2007). *Οι Μαθηματικές Έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η Διδασκαλία τους.* Μεταίχμιο, Αθήνα.

Καργιωτάκης, Γ., Μαραγκού, Α., Μπελίτσου, Ν. & Σοφού, Β. (2006). *Μαθηματικά Β′ Δημοτικού. Βιβλίο μαθητή και τετράδια εργασιών*, Ο.Ε.Δ.Β., Αθήνα.