

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Γράμμα από τη σύνταξη	1
2. Μανώλης Μερμηγκούσης, Σόνια Καφούση	Η διδασκαλία του γραφήματος γραμμής σε μαθητές Γ΄ Γυμνασίου: μία μελέτη περίπτωσης 3
3. Χρυσάνθη Σκουμπουρδή, Δαυίδ Χατζηδαυίδ	Μέτρηση και κατασκευή γωνιών με τη χρήση διαφορετικών μοιρογνωμονίων από παιδιά 12-14 ετών (Α΄ & Β΄ Γυμνασίου) . 38
4. Κώστας Κακαβάς, Κώστας Ζαχάρος, Ειρήνη Σκοπελίτη, Βασίλης Κόμης	Η έννοια της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου 74
5. Χρήστος Κυριαζής, Ελευθέριος Πρωτοπαπάς, Μαρία Σαμπάνη	Μια εικόνα ίσον χίλιες ... Σκέψεις; Ο ρόλος της οπτικοποίησης στην επιστήμη των μαθηματικών 113
6. Δημήτρης Ι. Μπουνάκης	Έτη με ακραίες ημερομηνίες Καθολικού Πάσχα (Μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή της Θεωρίας αριθμών) 161
7. Ιωάννης Π. Εμμανουήλ	«Αρχαία Επιστημονική Γραμματεία» Μια φιλόδοξη, υψηλού κύρους εκδοτική πρωτοβουλία για την Αρχαία Ελληνική Επιστήμη 192

ISSN: 1105 - 7718



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

γ'

HELLENIC MATHEMATICAL SOCIETY

EUCLIDES

JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION

γ'

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ γ' ΤΕΥΧΟΣ 98-99 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ - ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2023

ΤΕΥΧΟΣ 98-99

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ - ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2023

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣΥ΄

ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Έκδοση
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ 34 ΑΘΗΝΑ 106 79
ΤΗΛ.:210-36 16 532 - 210-36 17 784
FAX: 210-36 41 025
e-mail: info@hms.gr
www.hms.gr

ΤΕΥΧΟΣ 98-99
Ιανουάριος - Δεκέμβριος 2023
ISSN: 1105 - 7718

Εκδότης: Α. Φελλούρης Διευθυντής: Ι. Τυρλής

EUCLIDES Y΄

JOURNAL of Mathematics Education
Publications:
HELLENIC MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou
Venizelou) Street
GR. 106 79 Athens Hellas
Tel.:210-36 16 532 - 210-36 17 784
FAX:210-36 41 025
e-mail: info@hms.gr
www.hms.gr
VOLUME 98-99
January - December 2023
ISSN: 1105 - 7718
Editor: A. Fellouris Director: I. Tyrllis

Συντακτική Επιτροπή του Ευκλείδη γ΄

Συντονιστής:

Μούτσιος - Ρέντζος Ανδρέας,

Αναπληρωτής Συντονιστής:

Πούλος Ανδρέας,

Μέλη της Συντακτικής Επιτροπής

Αφράτης Γεώργιος,
Βερύκιος Πέτρος,
Θωμαΐδης Ιωάννης,
Καλεβασίης Φραγκίσκος,
Καφούση Σόνια,
Κιουλάφας Εμμανουήλ,
Κόσμβας Γεώργιος,
Λάππας Διονύσιος,
Λυγάτσικας Ζήνων,
Μισαηλίδου Χριστίνα,
Μπατέλης Γιώργος,
Νικολουδάκης Εμμανουήλ,
Ντρίζος Δημήτριος,
Πολύζος Γεώργιος,
Πρωτοπατάς Ελευθέριος,
Τάσης Κωνσταντίνος,
Τριανταφύλλου Χρυσανθή,
Φερεντίνος Σπυρίδων,
Ψυχάρης Γεώργιος,

Επίκουρος Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε., Ε.Κ.Π.Α.

τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, Διδάκτωρ Διδακτικής των Μαθηματικών

τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, Διδάκτωρ Διδακτικής των Μαθηματικών

Διδακτωρ Παιδαγωγικών και Διδακτικής των Μαθηματικών

Επ. Σχολικός Σύμβουλος Διδακτικής των Μαθηματικών

Καθηγήτρια, Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ., Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Καθηγήτρια, Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ., Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Διδακτωρ των Μαθηματικών

Περιφερειακός Διευθυντής Εκπαίδευσης Αττικής, Μεταδιδάκτωρ Μαθηματικής Εκπαίδευσης

Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήμα Μαθηματικών, Ε.Κ.Π.Α.

Διδακτωρ Μαθηματικών

Επίκουρη Καθηγήτρια, Π.Τ.Δ.Ε., Ε.Κ.Π.Α.

Μαθηματικός

τ. Λέκτορας Τ.Ο.Δ.Α. Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, M.ed

π. Μον. Πάρεδρος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Ε.Δι.Π., Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π.

Αναπληρωτής Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε., Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Επίκουρη Καθηγήτρια, Τμήμα Μαθηματικών, Ε.Κ.Π.Α.

τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, Διδάκτωρ Μαθηματικών

Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μαθηματικών, Ε.Κ.Π.Α.

Επιστημονική Επιτροπή

Λέκτορας, Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστημίου Αθηνών

Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών

Σχολικός Σύμβουλος, M.sc

Καθηγητής Ιονίου Πανεπιστημίου

π. Καθηγητής ΤΕΙ Πατρών

Αναπρύτανης Πανεπιστημίου Κύπρου

Αναπληρωτής Καθηγητής Γεωπονικού Πανεπιστημίου

Καθηγήτρια ΠΤΔΕ, ΑΠΘ

π. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Ομ. Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Καθηγήτρια ΑΣΠΑΙΤΕ

Επίκουρος Καθηγητής ΠΤΔΕ, Πανεπιστημίου Αθηνών

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, Δρ Μαθηματικών

Καθηγητής ΠΤΔΕ, Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας

Καθηγήτρια Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, Δρ Μαθηματικών

Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Μαθηματικό Πανεπιστημίου Κρήτης

Δρ Μαθηματικός

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών, Δρ Μαθηματικών

Συνεργαζόμενο Εκπαιδευτικό Προσωπικό ΕΑΠ, Δρ. Διδακτικής των Μαθηματικών

Λέκτορας στη Διδακτική Μαθηματικών

επ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Καθηγήτρια ΠΤΔΕ, Πανεπιστημίου Αθηνών

Καθηγήτρια ΠΤΔΕ, Πανεπιστημίου Αθηνών

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Αθηνών

Καθηγήτρια Μαθηματικών, M.ed

Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Αθηνών

Senior Lecturer, University of New England

Καθηγήτρια ΑΣΠΑΙΤΕ

Καθηγήτρια, ΤΕΠ.Α.Ε.Σ., Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Αναπληρωτής Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών

Καθηγητής Πανεπιστημίου Κρήτης

Καθηγήτρια Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών

π. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Σχολικός Σύμβουλος, Δρ Μαθηματικός

Επιστημονικός Συνεργάτης στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Καθηγητής Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Αναπληρωτής Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών

Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Αιγαίου

τ. Προϊστάμενος Διεύθυνσης, Καθηγητής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

Διδάσκουσα Παν. Θεσσαλίας, Δρ. Μαθηματικής και Ειδικής Εκπαίδευσης

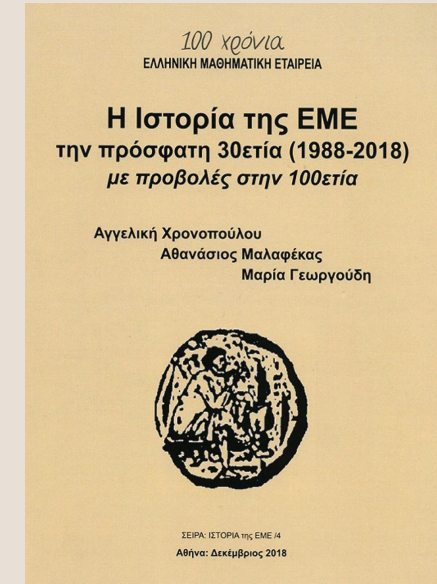
τ. Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Στοιχειοθεσία - Σελιδοποίηση - Σχήματα Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία

Εκδόσεις της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας



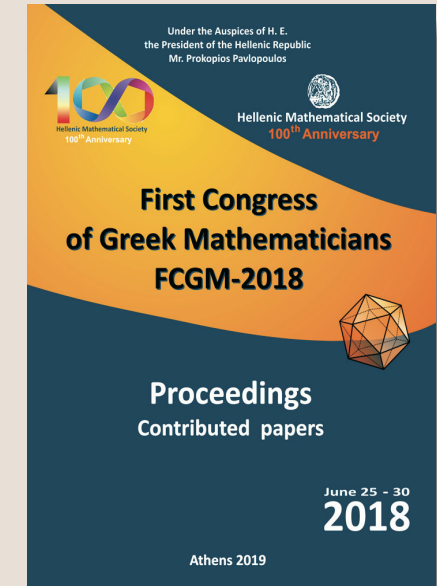
Τιμή βιβλίου: 15€



Τιμή βιβλίου: 20€



Τιμή βιβλίου: 18€



Τιμή βιβλίου: 12€

Κεντρική Διάθεση: Πανεπιστημίου 34 - Αθήνα
τηλ.: 210 3616532, 210 3617784 fax: 210 3641025
www.hms.gr e-mail: info@hms.gr

Η έννοια της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου

Κώστας Κακαβάς

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική
Ηλικία, Πανεπιστήμιο Πατρών
kos-kakavas@hotmail.com

Κώστας Ζαχάρος

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική
Ηλικία, Πανεπιστήμιο Πατρών
zacharos@upatras.gr

Ειρήνη Σκοπελίτη

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική
Ηλικία, Πανεπιστήμιο Πατρών
eskopel@upatras.gr

Βασίλης Κόμης

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική
Ηλικία, Πανεπιστήμιο Πατρών
komis@upatras.gr

Περίληψη

Στην παρούσα έρευνα διερευνάται ο τρόπος παρουσίασης της έννοιας της γωνίας στα εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου. Συγκεκριμένα, το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάζεται στη μελέτη των εξής ερωτημάτων: Πώς ορίζεται η γωνία στα σχολικά εγχειρίδια, σε ποιες μαθηματικές θεματικές περιοχές εντάσσονται οι δραστηριότητες που αναφέρονται στη γωνία και τέλος στον τρόπο που παρουσιάζεται η ορθή γωνία μέσω των εικόνων του γνώμονα, καθώς και η χρήση του μοιρογνωμονίου. Η μελέτη του έντυπου υλικού βασίστηκε σε μέθοδο ανάλυσης περιεχομένου (content analysis). Τα ευρήματα έδειξαν ότι η παρουσίαση της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου περιορίζεται κύρια στο τυπικό πεδίο της Γεωμετρίας.

Επιπρόσθετα, η χρήση του γνώμονα και του μοιρογνωνομίου γίνεται με τρόπους που ενοχοποιούνται για τη δημιουργία παρανοήσεων στους μαθητές.

Λέξεις κλειδιά: Έννοια της γωνίας, διδασκαλία της γωνίας, ορθή γωνία, ανάλυση σχολικών εγχειριδίων.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η έννοια της γωνίας αποτελεί μία σύνθετη έννοια και η διδασκαλία της έχει αποτελέσει αντικείμενο πολύπλευρης έρευνας στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης (π.χ. Close, 1982· Henderson & Taimina, 2005· Kieran, 1986· Mitchelmore, 1997· Mitchelmore & White, 1995· Scally, 1986).

Η συνθετότητα της συγκεκριμένης έννοιας αποτυπώνεται και στην ποικιλία των ορισμών που δίνονται. Στη συνέχεια θα διακρίνουμε πτυχές της έννοιας της γωνίας στο πλαίσιο της ευκλείδειας Γεωμετρίας, θα παρουσιάσουμε κυρίαρχες προσεγγίσεις της έννοιας από το χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης και στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε ερευνητικά δεδομένα από τον τρόπο που οι μαθητές/μαθήτριες προσλαμβάνουν τη συγκεκριμένη έννοια. Πρόθεση της παρούσας έρευνας είναι να μελετήσει τον τρόπο παρουσίασης της έννοιας της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΕΥΚΛΕΙΔΗ

Η θεώρηση της γωνίας ως γεωμετρική εικόνα απαντάται στην ευκλείδεια προσέγγιση της γωνίας και είναι αυτή που κυριαρχεί στα σχολικά εγχειρίδια. Ο Ευκλείδης, ορίζει (Ορισμός 8) την «επίπεδη γωνία» ως εξής: «Ἐπίπεδος δέ γωνία εἶναι ἡ εἰς ἐπίπεδον κλίσις πρὸς ἀλλήλας δύο γραμμῶν μή ἐπ' εὐθείας κειμένων, αἱ ὅποια ἄπτονται μεταξύ των» (Ευκλείδης, 1952, 1ο βιβλίο, σ. 37· Επίπεδη γωνία είναι η κλίση δύο γραμμών σε ένα επίπεδο, οι οποίες συναντούν η μια την άλλη χωρίς να σχηματίζουν ευθεία γραμμή). Στο συγκεκριμένο ορισμό φαίνεται να εντάσσονται και καμπύλες γραμμές και επιπλέον, η γωνία ορίζεται ως «κλίσις». Ο ορισμός αυτός αποτέλεσε πεδίο προβληματισμού για τους μαθηματικούς των αρχαίων και ελληνιστικών χρόνων για το γεγονός ότι δεν θεωρήθηκε συμβατός με τον κανόνα που διατυπώνει ο Αριστοτέλης για τον ορισμό των εννοιών, ως την προσφυγή στο «προσεχές γένος» και τον προσδιορισμό της «ειδοποιούς διαφοράς» (Bunt et al., 1981). Με άλλα λόγια, ο 8ος ορισμός δεν έχει

διατυπωθεί με τον τρόπο που καθόρισε ο Αριστοτέλης. Η «κλίση της γραμμής προς τη άλλη» δεν είναι *προσεχές γένος*, το οποίο έχει οριστεί προηγουμένα» (Bunt, Jones, & Bedient, 1981, σ. 163· έμφαση στο πρωτότυπο).

Ο Η. Schotten (1890, σ. 99), ασχολούμενος ιδιαίτερα με τα εγχειρίδια ευκλείδειας Γεωμετρίας που κυκλοφορούσαν στην εποχή του, σχηματοποιεί τις απόψεις σχετικά με την έννοια της γωνίας που αποτυπώνεται σ' αυτά σε τρεις κατηγορίες: Μια κατηγορία είναι αυτή που η γωνία ορίζεται ως διαφορά διεύθυνσης μεταξύ δύο ευθειών. Πρόκειται για την κυρίαρχη άποψη που απαντάται στην ευκλείδεια Γεωμετρία του επιπέδου και στα σχολικά μαθηματικά. Σε μια άλλη κατηγορία εντάσσονται οι ορισμοί που θεωρούν τη γωνία ως μέρος του επιπέδου που περιέχεται μεταξύ δύο ευθειών γραμμών ή δύο ακτίνων που ξεκινούν από το ίδιο σημείο. Τέλος, σε μια τρίτη κατηγορία η γωνία αντιμετωπίζεται ως το «ποσόν» (ποσότητα ή μέτρο) μιας περιστροφής της μιας πλευράς ώστε να συναντήσει την άλλη. Να σημειωθεί ότι σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις η γωνία συσχετίζεται με την περιστροφή. Επίσης, ο Πρόκλος θα ορίσει τη γωνία ως «κλίση» δύο ευθειών (Heath, 1931, αναφέρεται στο Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., 2001, σ. 101).

Οι προηγούμενες προσεγγίσεις εγείρουν πλήθος επιστημολογικών ερωτημάτων που επιχειρείται να διερευνηθούν στη μελέτη του Η. Schotten (1890).

Στον Ορισμό 9 ο Ευκλείδης εναρμονίζεται με τις προϋποθέσεις που θέτει ο Αριστοτέλης για τον ορισμό κάθε νέας έννοιας και ορίζει την «ευθύγραμμη γωνία» ως εξής: «Όταν δε αι περιέχουσαι την γωνίαν γραμμαί είναι ευθείαι, η γωνία καλείται ευθύγραμμος» (Ευκλείδης, 1952, 1ο βιβλίο, σ. 37).

Στη συνέχεια των «Στοιχείων» ο Ευκλείδης θα ορίσει ειδικές περιπτώσεις γωνιών: Ορίζει την ορθή γωνία όταν «μια ευθεία τέμνει μια άλλη ευθεία και σχηματίζει τις εφεξής γωνίες ίσες, κάθε μια από τις ίσες γωνίες είναι ορθή και η τέμνουσα ονομάζεται κάθετος της ευθείας που τέμνει». Τέλος, με γωνία αναφοράς την ορθή, ορίζεται η αμβλεία ως μεγαλύτερη της ορθής και η οξεία ως μικρότερη.

Πάντως, στον Ευκλείδη δεν συναντούμε μονάδα μέτρησης ή κάποιο μετρικό σύστημα για τη μέτρηση γωνιών και στην πραγμάτευση του θέματος ακολουθούνται τα γενικά κριτήρια ισότητας (ή ανισότητας) μεγεθών ως ποιοτικές συγκρίσεις που βασίζονται κύρια στην άμεση

διαδικασία της επικάλυψης («επίθεσης»), ή της έμμεσης μέσω της σύγκρισης μερών γεωμετρικών σχημάτων.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Στην μαθηματική εκπαίδευση, ο Freudenthal (1973) διακρίνει τις εξής διαστάσεις της γωνίας: Στη μια περίπτωση η γωνία προσεγγίζεται όπως στη στοιχειώδη Γεωμετρία, όπου θεωρείται ως ένα στατικό γεωμετρικό σχήμα, ένα μέρος ενός επιπέδου που συλλαμβάνεται ανάμεσα σε ένα μη διατεταγμένο ζεύγος ημιευθειών (ακτίνων) με κοινή αρχή. Σε μια άλλη θεώρηση, η γωνία δημιουργείται από τη δυναμική στροφή μεταξύ ενός διατεταγμένου ζεύγους ημιευθειών με κοινή αρχή. Σ' αυτήν την περίπτωση οι γωνίες μετρούνται με το μοιρογνώμονιο, όπου συμβατικά θετικό μέτρο λαμβάνεται το αριστερόστροφο και αρνητικό το δεξιόστροφο. Έτσι, οι γωνίες προσανατολίζονται και υπολογίζονται έως 360° .

Στις σύγχρονες προσεγγίσεις της έννοιας από την οπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης θα προταθούν πολλοί ορισμοί, γεγονός που αντανακλά την έμφαση που αποδίδεται από τους συγκεκριμένους ερευνητές σε πτυχές της έννοιας της γωνίας (Henderson & Taimina, 2005). Στη συνέχεια θα παραθέσουμε προσεγγίσεις της έννοιας της γωνίας, όπως αυτές καταγράφονται στη βιβλιογραφία που διερευνά θέματα μαθηματικής εκπαίδευσης.

Οι Tanguay και Venant (2016) αναφέρουν ότι ο πιο φυσικός και κατανοητός τρόπος για να ορίσουμε τη γωνία είναι να αναγνωρίσουμε ότι δύο ακτίνες που ξεκινούν από το ίδιο σημείο χωρίζουν το επίπεδο σε δύο μέρη και ορίζουμε το κάθε μέρος ως μία γωνία. Το ένα μέρος είναι κυρτό και η γωνία ονομάζεται «εσωτερική» και το άλλο, το μη κυρτό ορίζει την «εξωτερική». Ειδική περίπτωση είναι δύο αντίθετες ακτίνες που σχηματίζουν την «ευθεία γωνία».

Οι Devichi και Munier (2013) ορίζουν τη γωνία με τρεις διαφορετικούς τρόπους: (α) ως γωνία περιστροφής (rotation angle), (β) ως γωνία τομέα (sector angle) και (γ) ως μισές γραμμές ή ημιευθείες που εκτείνονται από ένα κοινό σημείο (με άνοιγμα ή κλείσιμο). Παρόμοιος είναι και ο ορισμός των Mitchelmore και White (2000), οι οποίοι μελετώντας τους ορισμούς που έχουν διατυπωθεί στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, διακρίνουν τρεις βασικούς ορισμούς στους οποίους η πλειονότητα των ερευνητών αναφέρεται: (α) μία στροφή γύρω από ένα σημείο ανάμεσα σε δύο γραμμές,

(β) ένα ζευγάρι ακτινών με ένα κοινό τέλος και (γ) η περιοχή που σχηματίζεται από την διασταύρωση δύο ημιευθειών.

Άλλοι ερευνητές, δίνοντας έμφαση στα χαρακτηριστικά της γωνίας στο φυσικό χώρο, κάνουν τη διάκριση ανάμεσα στη «δυναμική» και τη «στατική» έννοια της γωνίας (Close, 1982· Kieran, 1986· Scally, 1986). Σύμφωνα με τη «στατική» θεώρηση, η γωνία παραμένει αμετάβλητη και το μέτρο της παραμένει σταθερό, όπως για παράδειγμα η γωνία ενός κάδρου ή ενός τραπεζιού. Η «δυναμική» θεώρηση της γωνίας συνδέεται με περιπτώσεις που το μέγεθός της έχει τη δυνατότητα να μεταβάλλεται, όπως στο άνοιγμα ή το κλείσιμο ενός ψαλιδιού που αυξάνει ή μειώνει αντίστοιχα το μέγεθος της γωνίας.

Παρόμοια με την προηγούμενη προσέγγιση, οι Henderson και Taimina (2005) δίνουν έμφαση στην πρόσκτηση της γωνίας σε ρεαλιστικές καταστάσεις και διακρίνουν τις εξής πτυχές της έννοιας της γωνίας: Μια προσέγγιση θεωρεί τη γωνία ως γεωμετρική εικόνα. Σε μια δεύτερη θεώρησή της γίνεται αντιληπτή ως κίνηση (δυναμική έννοια). Εδώ, ορίζεται ένα σημείο περιστροφής, καθώς και η έννοια της περιστροφής. Τέλος, η γωνία αντιμετωπίζεται ως μέγεθος και ως τέτοιο δύναται να μετρηθεί. Οι πρώτες θεωρήσεις της γωνίας, ως γεωμετρική εικόνα και ως κίνηση, μπορούν να προσεγγιστούν ποιοτικά, χωρίς την ανάγκη μέτρησης. Για παράδειγμα, μπορούμε να πούμε σε ένα παιδί να κλείσει «λίγο» την πόρτα ή να την ανοίξει «τελείως» χωρίς να αναφερθούμε σε συγκεκριμένες μονάδες μέτρησης (π.χ. μοίρες). Αυτές οι δύο διαστάσεις της γωνίας, σύμφωνα με τους Henderson και Taimina (2005), τοποθετούνται μέσα σε έναν «Φυσικό Συνεχόμενο Χώρο» (Naturally Continuous Space, NCS).

Οι Lakoff και Núñez (2000) ισχυρίζονται ότι η έννοια της γωνίας δεν σχετίζεται με κάποιο αριθμητικό σύστημα και προσλαμβάνεται μέσω της εμπειρίας μας. Η διαδικασία αριθμητικοποίησης γίνεται μέσω της *Τριγωνομετρικής Μεταφοράς* (Trigonometry Metaphor, Lakoff & Núñez, 2000), μια διαδικασία που χρησιμοποιεί το μοναδιαίο κύκλο, πάνω στον οποίο τοποθετούνται οι γωνίες αφού πρώτα έχει γίνει υποδιαίρεση του κύκλου σε 360 μέρη, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε μια (1) μοίρα.

Η ΠΡΟΣΛΗΨΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ

Ιδιαίτερα σημαντική θεματική για τον ορισμό και τη διδασκαλία της γωνίας αποτελεί το σύνολο των ερευνών που έχουν αναδείξει τους διαφορετικούς τρόπους που οι μαθητές ορίζουν και αντιλαμβάνονται τη γωνία.

Σε έρευνα των Clements και Battista (1989) οι μαθητές και οι μαθήτριες της Γ΄ τάξης (Grade 3) περιέγραψαν τη γωνία ως: (α) μια γραμμή με κλίση, (β) ένα σημείο συνάντησης δύο γραμμών, (γ) ένα σύνολο γραμμών που τέμνονται, (δ) στροφή (σ' αυτήν την περίπτωση οι μαθητές είχαν διδαχθεί τη γωνία με χρήση της γλώσσας LOGO).

Επίσης, σε έρευνα του Matos (1994) μαθητές της Δ΄ και Ε΄ τάξης (Grade 4 και Grade 5) αντιλαμβάνονταν τη γωνία ως: (α) σημεία, (β) σωματικές περιστροφές, (γ) σύνολο δύο ακτίνων με κοινή αρχή, (δ) ένα σύνολο δύο ακτίνων με κοινό τέλος, καθώς και (ε) ένα λυγισμένο μονοπάτι ή διαδρομή.

Λαμβάνοντας υπόψη τους διαφορετικούς ορισμούς που δόθηκαν για τη γωνία, καθώς και την πρόσληψή της από τους μαθητές, οι Mitchelmore (1997) και Mitchelmore και White (1998), προτείνουν για τη διδασκαλία της την ένταξή της σε παραδείγματα που σχετίζονται με ρεαλιστικές καταστάσεις. Μάλιστα, εισηγούνται την κατηγοριοποίηση της έννοιας της γωνίας σε επτά κατηγορίες, όπου η καθεμιά διακρίνεται σε δύο υποκατηγορίες (Mitchelmore & White, 1998) ως εξής:

1. Η γωνία ως πραγματική ή νοητή περιστροφή γύρω από ένα σημείο, με υποκατηγορίες: την απεριόριστη (π.χ. περιστροφή του σώματος) και την περιορισμένη περιστροφή (π.χ. το χερούλι πόρτας).
2. Η γωνία ως τομή-Συνάντηση. Εδώ η γωνία αποτελείται από δύο διαφορετικές γραμμές, με υποκατηγορίες: τη μια γραμμή να συμπίπτει με την άλλη (π.χ. λεπίδα-σουγιάς, δείκτες ρολογιού) και την περίπτωση όπου η μια σταυρώνεται με την άλλη (π.χ. ψαλίδι).
3. Η γωνία ως κλίση, οριζόντια ή κάθετη απόκλιση, με υποκατηγορίες: τη γραμμή (π.χ. θέσεις σε ένα βουνό) ή την κλίση επιπέδου (π.χ. κλίση μιας στέγης).
4. Η γωνία ως μέρος ενός άκαμπτου αντικειμένου που σχηματίζει μία γωνία με δύο ορατές πλευρές, με υποκατηγορίες: την χρήση δύο επιπέδων (π.χ. σχηματισμός γωνίας στον χώρο, όπως ο τοίχος και το έδαφος) και η επίπεδη γωνία που σχηματίζεται στα άκρα ενός αντικειμένου (π.χ. η γωνία της επιφάνειας ενός τραπεζιού).

5. Η γωνία ως στροφή, με υποκατηγορίες: τις στροφές σε πραγματικά αντικείμενα (π.χ. στροφή δρόμου) ή στροφές διαδρομών (π.χ. στις περιπτώσεις της LOGO ή του εξοστρακισμού μιας μπάλας).
6. Η γωνία ως διεύθυνση και συγκεκριμένα η απόκλιση μιας γραμμής από μία άλλη φανταστική γραμμή. Εδώ διακρίνονται οι υποκατηγορίες: Η γωνία αντικειμένων (π.χ. η βελόνα της πυξίδας) και η διαδρομή που διανύει ένα αντικείμενο (π.χ. η κίνηση μιας μπάλας, ενός προσώπου, μιας βάρκας).
7. Η γωνία ως άνοιγμα, δηλαδή ο χώρος που σχηματίζεται από δύο ακτίνες που ξεκινούν από το ίδιο σημείο, όπου διακρίνονται οι υποκατηγορίες: το αντικείμενο που σχηματίζει τη γωνία να είναι στερεό (π.χ. ανεμιστήρας) ή ρευστό (π.χ. ακτίνα φωτός από μία λάμπα).

Σχετικά με τη διδασκαλία της γωνίας, οι Mitchelmore (1997) και Mitchelmore και White (1998) προτείνουν οι μαθητές εισαγωγικά να αναζητούν γωνίες σε παραδείγματα της καθημερινής τους ζωής. Σε ένα επόμενο στάδιο να διακρίνουν ομοιότητες και διαφορές μεταξύ γωνιών και τέλος, σε ένα τρίτο στάδιο να επιδιώκεται η ανάπτυξη της αφηρημένης γεωμετρικής έννοιας της γωνίας.

Στα προηγούμενα επιχειρήθηκε να καταδειχθεί το ενδιαφέρον της μαθηματικής εκπαίδευσης για την έννοια της γωνίας και τη διδασκαλία της. Ο τρόπος παρουσίασης της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην οικειοποίηση της έννοιας αυτής από τους μαθητές/μαθήτριες και επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τις διδακτικές πρακτικές. Δεδομένου ότι στην ελληνική βιβλιογραφία οι μελέτες για τον τρόπο παρουσίασης της έννοιας της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του Δημοτικού Σχολείου είναι περιορισμένες και δεν καλύπτουν όλο το φάσμα της Α/θμιας Εκπαίδευσης (βλέπε για παράδειγμα τη μελέτη: Παπαδόπουλος, 2019), θεωρούμε την ερευνητική ενασχόληση με το συγκεκριμένο θέμα σημαντική.

ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Η παρούσα έρευνα στοχεύει στη διερεύνηση της παρουσίασης της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης του ελληνικού σχολείου (Βιβλία και Τετράδια μαθητή), καθώς και των πρακτικών για τη σύγκριση με μέτρηση γωνιών που προτείνονται στα εν λόγω εγχειρίδια.

Τα ειδικότερα ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρείται να διερευνηθούν είναι τα εξής:

1. Πώς ορίζεται η γωνία στα σχολικά εγχειρίδια;
2. Σε ποιες μαθηματικές θεματικές περιοχές εντάσσονται οι δραστηριότητες που αναφέρονται στη γωνία;
3. Πώς παρουσιάζεται η ορθή γωνία μέσω των εικόνων του γνώμονα;
4. Πώς χρησιμοποιείται το μοιρογνωμόνιο στα σχολικά εγχειρίδια;

ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Υλικό και μονάδα ανάλυσης

Στη μελέτη μας θα ασχοληθούμε με την ανάλυση του έντυπου υλικού (Intended Curriculum· Valverde et al., 2002) και συγκεκριμένα με τα σχολικά εγχειρίδια, Βιβλία και Τετράδια Μαθητή και όχι με την ανάλυση υλοποίησης της διδασκαλίας (Implemented Curriculum· Valverde et al., 2002).

Για την ανάλυση του υλικού χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της ανάλυσης περιεχομένου (content analysis). Σ' αυτήν τη μέθοδο διακρίνουμε στις πηγές μας τις μονάδες ανάλυσης και στη συνέχεια τις εντάσσουμε σε κατηγορίες (Robson, 2010).

Ως μονάδα ανάλυσης (εδώ θα ονομάζεται «δραστηριότητα») θεωρείται κάθε επιμέρους αυτόνομο τμήμα του έντυπου υλικού των σχολικών εγχειριδίων (Βιβλίο του Μαθητή και Τετράδιο εργασιών) που αναφέρεται στο αντικείμενο της γωνίας (Zacharos κ.ά., 2014· Zacharos & Koustourakis, 2011).

Διαδικασία

Για την αξιολόγηση του τρόπου με τον οποίο η έννοια της γωνίας παρουσιάζεται στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου, αναλύθηκαν όλες οι δραστηριότητες (μονάδες ανάλυσης) που αναφέρονταν στη γωνία και οι οποίες συλλέχθηκαν από τα βιβλία μαθητή και όλα τα τεύχη των τετραδίων εργασιών, εκτός της Α' τάξης, καθώς στην τάξη αυτή δεν βρέθηκε καμία δραστηριότητα που να αναφέρεται στη γωνία. Συνολικά, εντοπίστηκαν 163 δραστηριότητες, εκ των οποίων οι 78 (47,9%) ήταν στα Βιβλία Μαθητή και οι 85 (52,1%) στα Τετράδια εργασιών. Οι δραστηριότητες που μελετήθηκαν αποτελούσαν είτε «εισαγωγικές» δραστηριότητες, είτε «εργασίες» του Βιβλίου Μαθητή, είτε

«εργασίες» στα Τετράδια Εργασιών, είτε «εφαρμογές» του βιβλίου είτε «εργασίες με προεκτάσεις». Αντικείμενο μελέτης αποτέλεσαν και οι περιπτώσεις γωνιών που δεν επισημαίνονται στα εγχειρίδια ρητά αλλά υπονοούνται.

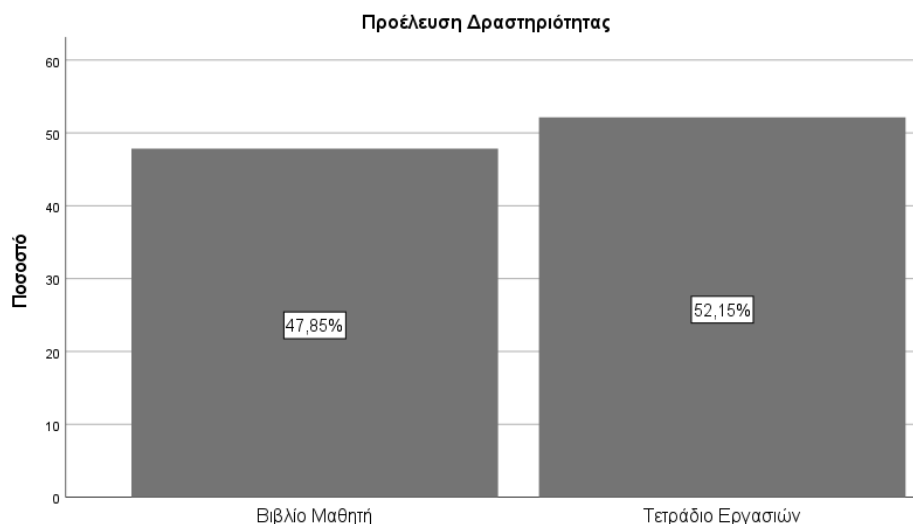
Το υλικό που συλλέχθηκε κατηγοριοποιήθηκε σύμφωνα με τις κατηγορίες που προτάθηκαν στην ανάλυση των Mitchelmore και White (1998). Στην κατηγοριοποίηση δόθηκε έμφαση στη δυναμικότητα ή στατικότητα των καταστάσεων που παρουσιάζεται η γωνία, όπως διακρίνεται από διάφορους ερευνητές (Close, 1982· Kieran, 1986· Scally, 1986). Ένα ακόμα χαρακτηριστικό που διερευνήθηκε ήταν το πλαίσιο παρουσίασης της γωνίας: αν δηλαδή, εισάγεται σε ένα πλαίσιο που προσιδιάζει σε ρεαλιστικές/πραγματικές καταστάσεις, ή είναι ενταγμένη αυστηρά στο πλαίσιο παρουσίασης των γεωμετρικών εννοιών.

Επίσης μελετήθηκε ο τρόπος παρουσίασης των ορθών γωνιών, καθώς και η χρήση του γνώμονα και του μοιρογνωμονίου στις εικονογραφήσεις των σχολικών εγχειριδίων. Στην εικονογράφιση παρατηρήθηκε ο προσανατολισμός στην παρουσίαση της ορθής γωνίας, του γνώμονα και του μοιρογνωμονίου, αλλά και οι προτεινόμενες διαδικασίες μέτρησης της γωνίας που προκύπτουν από τον τρόπο παρουσίασης των εργαλείων αυτών.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

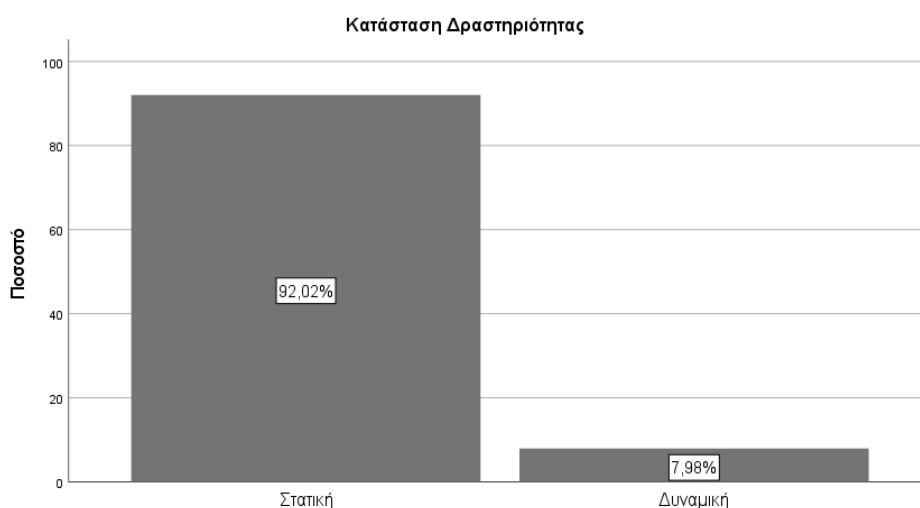
Ορισμοί της γωνίας και τρόποι παρουσίασης των γωνιών

Στο σύνολο των δραστηριοτήτων των μαθηματικών σχολικών εγχειριδίων του Δημοτικού Σχολείου που μελετήθηκαν, εντοπίστηκαν 163 δραστηριότητες που σχετίζονταν με την έννοια της γωνίας, εκ των οποίων το 51,15% περιέχονταν στα Τετράδια Εργασιών και το 47,85% στα Βιβλία Μαθητή (Γράφημα 1). Οι περισσότερες δραστηριότητες παρατηρήθηκαν στην Ε΄ τάξη, ενώ οι λιγότερες στη Β΄ και Γ΄ τάξη.



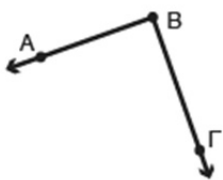
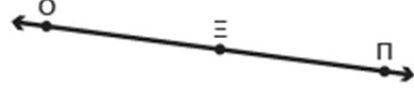

Γράφημα 1. Οι δραστηριότητες στη γωνία

Όπως φαίνεται στο Γράφημα 2, η πλειονότητα των μαθηματικών δραστηριοτήτων στα σχολικά εγχειρίδια περιέχουν στατικές καταστάσεις γωνίας (150 δραστηριότητες) και μόλις 13 δραστηριότητες περιέχουν δυναμικές καταστάσεις στις οποίες μεταβάλλεται το μέγεθος και η αριθμητική τιμή της γωνίας. Στις Εικόνες 1 και 2 παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα δραστηριοτήτων από τη στατική και δυναμική παρουσίαση γωνιών, αντίστοιχα.



Γράφημα 2: Στατικές και δυναμικές περιπτώσεις γωνίας

2η Άσκηση
 Να χρησιμοποιήσεις το μοιρογνωμόνιο και να βρεις πόσες μοίρες είναι οι παρακάτω γωνίες.

		
Η γωνία $\widehat{ΑΒΓ}$ είναι	Η γωνία $\widehat{ΟΞΠ}$ είναι	Η γωνία $\widehat{ΗΘΚ}$ είναι

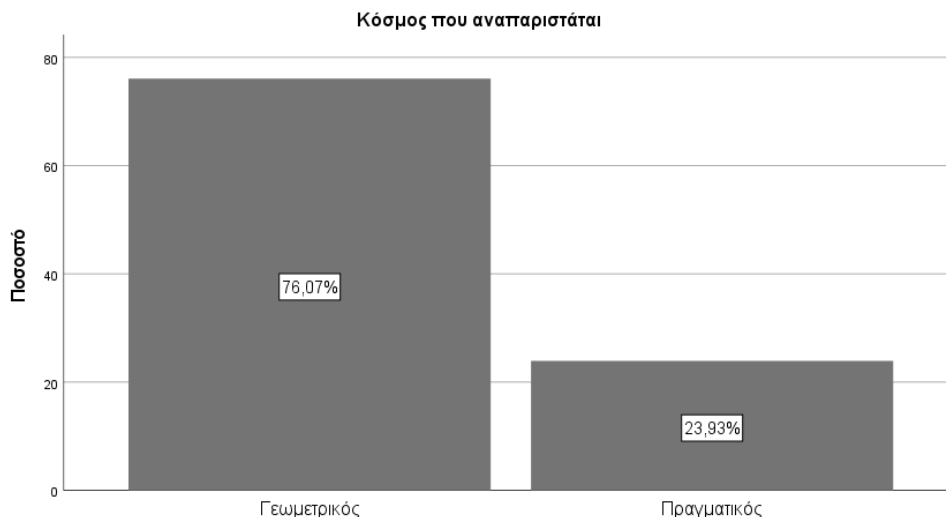
Εικόνα 1. Στατική μορφή (Τετράδιο Εργασιών Ε΄ τάξης, β΄ τεύχος, σελ. 43)

2) Τα παιδιά σχηματίζουν με το υλικό τους διαφορετικά ζευγάρια τεμνόμενων ευθύγραμμων τμημάτων. Ένα από τα ζευγάρια που παρουσιάζονται σχηματίζει 4 ίσες γωνίες. Ποιο παιδί το έχει φτιάξει; Επιλέγω με ✓



Εικόνα 2: Δυναμική μορφή (Βιβλίο Μαθητή Δ΄ τάξης, σελ. 71)

Στο επόμενο γράφημα (Γράφημα 3) παρουσιάζονται οι συχνότερες δραστηριότητες που διακρίνονται σε αυτές που σχετίζονται με το «γεωμετρικό κόσμο» και αυτές που σχετίζονται με «ρεαλιστικές» καταστάσεις.



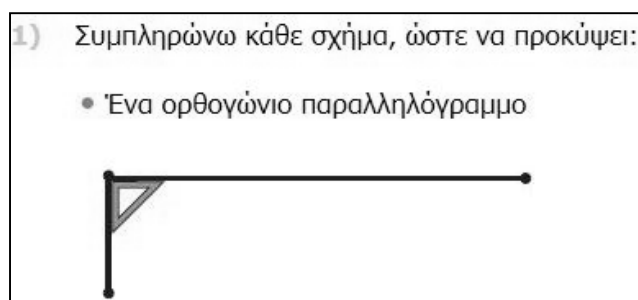
Γράφημα 3. Δραστηριότητες από το «Γεωμετρικό» και από τον «Πραγματικό κόσμο»

Αναλυτικότερα, 124 δραστηριότητες παρουσιάζονται σε ένα πλαίσιο που παραπέμπει στο πεδίο της Γεωμετρίας, δηλαδή η παρουσίαση γίνεται στο πλαίσιο γεωμετρικών σχημάτων, σε ευθύγραμμα τμήματα, ημιευθείες κ.λπ. Στις δραστηριότητες αυτές (41,7% των δραστηριοτήτων· 68 δραστηριότητες) οι γωνίες εμφανίζονται σε περιπτώσεις καθετότητας, παραλληλίας, τυχαίας τομής ημιευθειών ή ευθυγράμμων τμημάτων αφορούν τις έννοιες αυτές. Ακολούθως, η έννοια της γωνίας εμφανίζεται ως ιδιότητα πολυγώνου (33,1% των δραστηριοτήτων· 54 δραστηριότητες) και σε 20,2% των δραστηριοτήτων (33 δραστηριότητες) η έννοια της γωνίας εμφανίζεται ως ιδιότητα της γεωμετρικής εικόνας που σχηματίζεται από την ένωση ή την τομή δύο ημιευθειών.

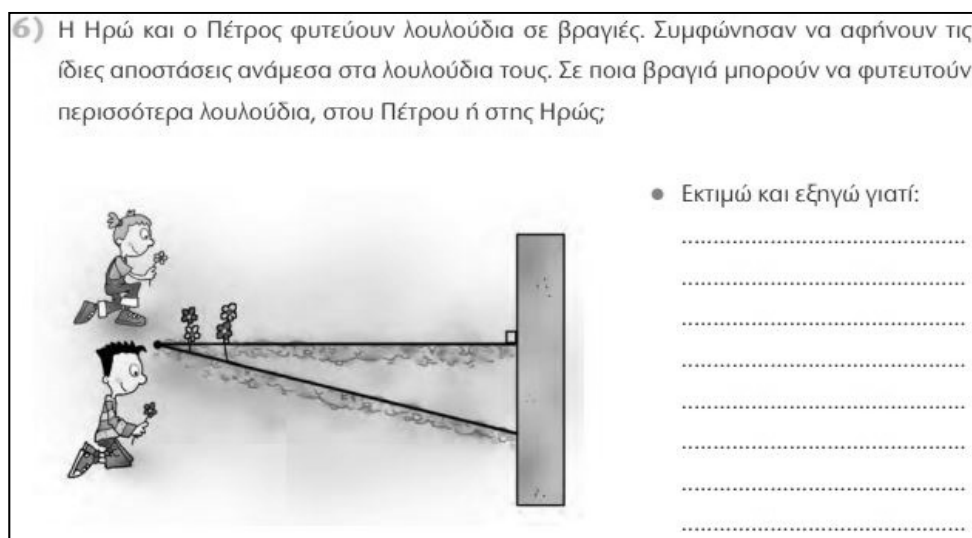
Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι δραστηριότητες που αναπαριστούν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου (39 δραστηριότητες). Στις δραστηριότητες αυτές, οι γωνίες εμφανίζονται κυρίως (51,3% των δραστηριοτήτων· 20 δραστηριότητες) σε περιπτώσεις καθετότητας, παραλληλίας, τυχαίας τομής ημιευθειών ή ευθυγράμμων τμημάτων. Ακολούθως, η έννοια της γωνίας εμφανίζεται ως ιδιότητα πολυγώνου (20,5% των δραστηριοτήτων· 8 δραστηριότητες) και σε 12,8% των δραστηριοτήτων (5 δραστηριότητες) η έννοια της γωνίας εμφανίζεται ως ιδιότητα της γεωμετρικής εικόνας που σχηματίζεται από την ένωση ή την τομή δύο ημιευθειών. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι μόνο το 3,7% (6

δραστηριότητες) περίπου των δραστηριοτήτων του «πραγματικού κόσμου» αναφέρονται στην έννοια της γωνίας ως «περιστροφή» και ως «κλίση». Ακόμα, πρέπει να σημειωθεί ότι μόνο 2 δραστηριότητες (1,2%) από το σύνολο των 163 δραστηριοτήτων αναφέρονται σε ερωτήσεις γενίκευσης σχετικά με την έννοια της γωνίας.

Στις Εικόνες 3 και 4 παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα δραστηριοτήτων από τον «γεωμετρικό» και «πραγματικό» κόσμο.

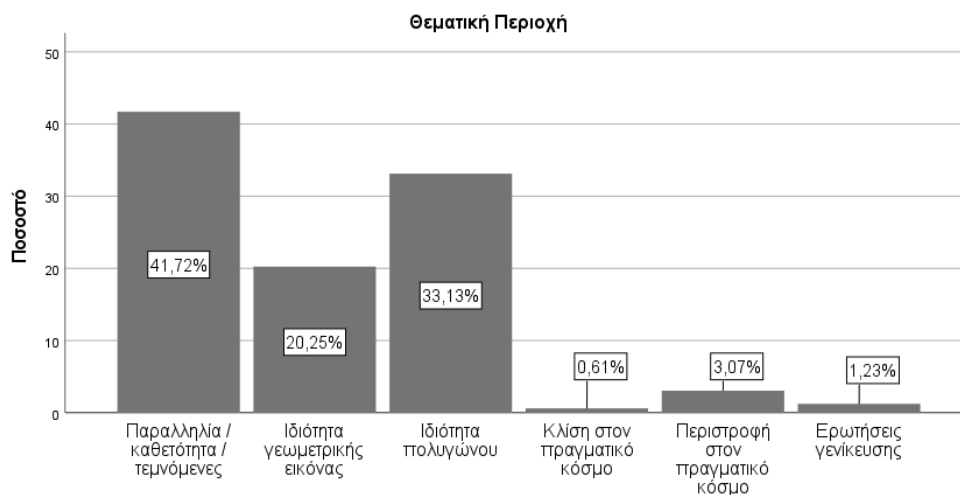


Εικόνα 3. Γεωμετρικός κόσμος (Βιβλίο Μαθητή Δ' τάξης, σελ. 81)



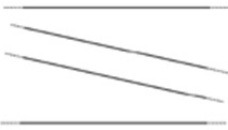
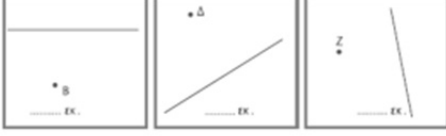

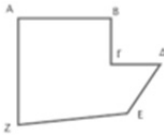
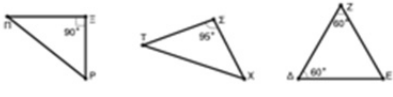


Εικόνα 4. Πραγματικός κόσμος (Τετράδιο Εργασιών Δ' τάξης, γ' τεύχος, σελ. 9)

Στο Γράφημα 4 παρουσιάζονται οι συχνότητες στον τρόπο εμφάνισης της γωνίας.



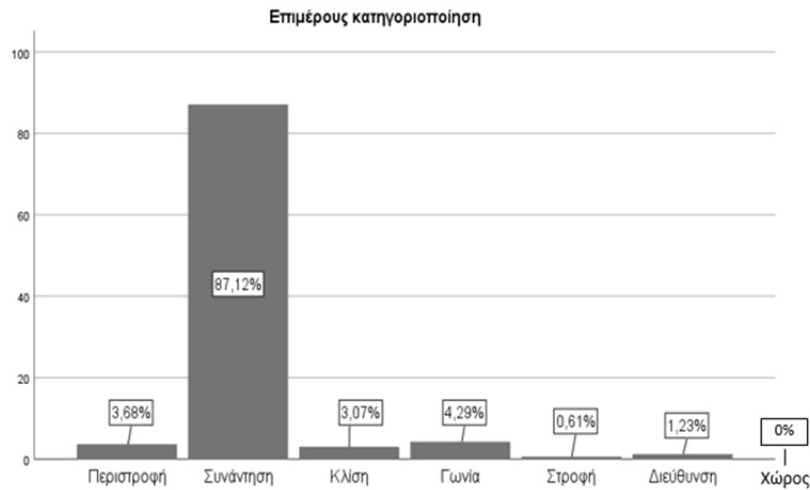
Γράφημα 4. Τρόποι εμφάνισης της γωνίας.

Όπως καταδεικνύουν τα ευρήματα, η βασική μορφή παρουσίασης γωνιών (68 δραστηριότητες) γίνεται μέσω της καθετότητας, της γωνίας παράλληλων ευθειών και μέσω της τυχαίας τομής ημιευθειών ή ευθυγράμμων τμημάτων. Ακολουθούν οι δραστηριότητες που η γωνία παρουσιάζεται ως ιδιότητα πολυγώνου (54 δραστηριότητες) και σε 33 περιπτώσεις η γωνία εμφανίζεται ως ιδιότητα της γεωμετρικής εικόνας που σχηματίζεται από την ένωση ή την τομή δύο ημιευθειών. Μόνο σε έξι περιπτώσεις η γωνία εμφανίζεται σε πλαίσια που παραπέμπουν σε «ρεαλιστικές» καταστάσεις και έχει τη μορφή περιστροφής ή κλίσης. Στην Εικόνα 5 παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα δραστηριοτήτων από την προηγούμενη κατηγοριοποίηση.

<p>Πού υπάρχουν παράλληλες ευθείες στο παρακάτω σχήμα. Τις χρωματίζω με το ίδιο χρώμα. Ελέγχω την άποψή μου προεκτείνοντας τις ευθείες.</p>  <p>Παράλληλία (Βιβλίο Μαθητή Β' τάξης, β' τεύχος, σελ. 68)</p>	<p>5) Χαράζω την απόσταση του κάθε σημείου από την ευθεία και μετρώ το μήκος της.</p>  <p>Καθετότητα (Τετράδιο Εργασιών Δ' τάξης, γ' τεύχος, σελ. 9)</p>												
<p>Συζητούμε με το μαθηγώνιο τις παρακάτω γωνίες. Τις ονομάζω με μικρά γράμματα της αλφάβητας και γράφω από κάτω το είδος της κάθε γωνίας.</p> <table border="1" data-bbox="331 808 735 927"> <thead> <tr> <th>γωνία 30°</th> <th>γωνία 100°</th> <th>γωνία 90°</th> <th>γωνία 180°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>.....</td> <td>.....</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ιδιότητα σχήματος (Βιβλίο Μαθητή Ε' τάξης, β' τεύχος, σελ. 58)</p>	γωνία 30°	γωνία 100°	γωνία 90°	γωνία 180°					<p>2) Ελέγγω με  και σημειώνω Σωστό ή Λάθος.</p> <p>Το ΑΒ είναι παράλληλο του ΖΕ <input type="checkbox"/></p> <p>Το ΑΖ είναι παράλληλο του ΒΓ <input type="checkbox"/></p> <p>Το ΓΔ τμήμα κάθετο το ΔΕ <input type="checkbox"/></p> <p>Το ΒΓ τμήμα κάθετο το ΓΔ <input type="checkbox"/></p>  <p>Παράλληλία και Καθετότητα (Τετράδιο Εργασιών Δ' τάξης, γ' τεύχος, σελ. 22)</p>
γωνία 30°	γωνία 100°	γωνία 90°	γωνία 180°										
.....										
<p>2) Δίσκηση</p> <p>α. Χαράζω να υπολογίσω πόσες μίλες είναι οι υπόλοιπες γωνίες κάθε τριγώνου, να βρω το είδος του σε σχέση με τις γωνίες οξυγώνιο, ορθογώνιο, αμβλυγώνιο.</p>  <p>Ιδιότητα πολυγώνου (Τετράδιο Εργασιών Ε' τάξης, β' τεύχος, σελ. 45)</p>	<p>2. Η Αγγελική και ο Νίκος χρησιμοποίησαν τους γινόμενους που είχαν και κατασκεύασαν τις παρακάτω γωνίες.</p>  <p>Μεγαλύτερη είναι η γωνία που έχει μεγαλύτερο μήκος πλευρών.</p>  <p>••• Συζητάμε αν έχει δίκιο η Αγγελική και εξηγούμε στους συμμαθητές και τις συμμαθήτρές μας τον τρόπο με τον οποίο σκεφτήκαμε.</p> <p>Ερωτήσεις γενίκευσης (Βιβλίο Μαθητή Ε' τάξης, β' τεύχος, σελ. 43)</p>												

Εικόνα 5. Ενδεικτικά παραδείγματα κατηγοριοποίησης γωνιών

Στη συνέχεια επιχειρείται μια κατηγοριοποίηση των δραστηριοτήτων σύμφωνα με την ανάλυση των Mitchelmore & White (1998) που παρουσιάστηκε στο θεωρητικό μέρος του κειμένου (Γράφημα 5).



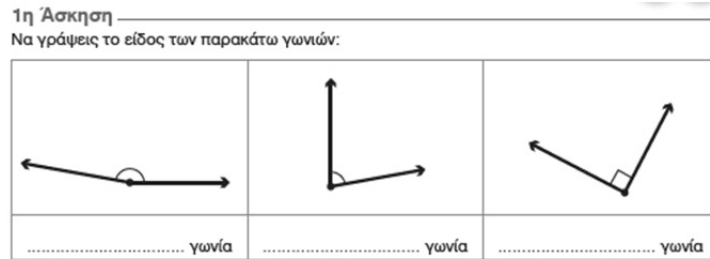
Γράφημα 5. Κατηγοριοποίηση με βάση τα κριτήρια των Mitchelmore & White (1998)

Τα ευρήματα καταδεικνύουν ότι στην πλειονότητα των δραστηριοτήτων (142 δραστηριότητες) η γωνία παρουσιάζεται ως συνάντηση δύο ακτινών (ευθυγράμμων τμημάτων, ημιευθειών ή ευθειών). Σε επτά περιπτώσεις η γωνία προσεγγίζεται ως γωνία αντικειμένου, όπως για παράδειγμα η γωνία τραπεζιού, ενώ σε έξι περιπτώσεις η γωνία παρουσιάζεται ως περιστροφή και σε πέντε ως κλίση. Τέλος, η γωνία εμφανίζεται ως στροφή και διεύθυνση σε μια και δύο περιπτώσεις, αντίστοιχα. Οι Εικόνες 6 έως 11 παρουσιάζουν ενδεικτικά παραδείγματα δραστηριοτήτων για κάθε μια κατηγορία από τις προηγούμενες. Ειδικότερα στην περίπτωση της Εικόνας 10 η γωνία υπονοείται.

1. Οι δείκτες των ρολογιών στις παρακάτω εικόνες δείχνουν διαφορετική ώρα.



Εικόνα 6. Παράδειγμα περιστροφής (Βιβλίο Μαθητή Ε΄ τάξης, β΄ τεύχος, σελ. 43)



Εικόνα 7. Παράδειγμα συνάντησης (Τετράδιο Εργασιών Ε΄ τάξης, β΄ τεύχος, σελ. 41)

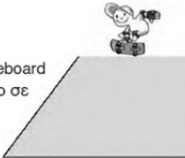
Δραστηριότητα 1η

Ο Λευτέρης προσπαθεί να αποφασίσει αν είναι ασφαλές να κατεβεί με το skateboard αυτό το επικλινές επίπεδο. Γνωρίζει ότι είναι επικίνδυνο να κάνει κάτι τέτοιο σε κλίση μεγαλύτερη από 20° .

- Εσύ θα κατέβαινες από αυτό το επίπεδο; Γιατί;
- Μπορείς να υπολογίσεις το μέγεθος της γωνίας;

Το δημοτικό συμβούλιο αποφάσισε να κατασκευάσει ένα επικλινές επίπεδο με κλίση 20° για να παίζουν τα παιδιά με το skateboard με ασφάλεια.

- Πώς μπορείς να κατασκευάσεις μία γωνία που να δείχνει πώς θα είναι το επίπεδο αυτό;



Εικόνα 8. Παράδειγμα κλίσης (Βιβλίο Μαθητή Στ΄ τάξης, σελ. 141)

γ. Παρατηρώ προσεχτικά τις σημαίες.

α. Ελλάδα	β. Νορβηγίας	γ. Τσεχίας	δ. Κουβέιτ	ε. Αργεντινής	στ. Κίνας
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Σε ποιες σημαίες υπάρχουν κάθετες μεταξύ τους λουρίδες; Βάζω στο σωστό.

Εικόνα 9. Παράδειγμα γωνίας (Τετράδιο Εργασιών Β΄ τάξης, δ΄ τεύχος, σελ. 30)


1. Ποια διαδρομή πρέπει να ακολουθήσουν τα παιδιά, για να φτάσουν από τη στάση λεωφορείου στο Cine Paris, διανύοντας τη μικρότερη απόσταση; Την οδό Σμύρνης ή την οδό Ανατολής, αν ο κινηματογράφος απέχει το ίδιο από τις δύο οδούς;

• Κάνουμε μία εκτίμηση:

.....

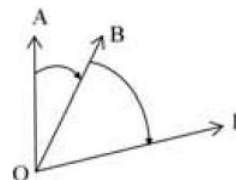


Συζητάμε στην τάξη τις επιλογές μας και καταλήγουμε σε συμπεράσματα για το πώς μετράμε την απόσταση.



Εικόνα 10. Παράδειγμα στροφής (Βιβλίο Μαθητή Ε΄ τάξης, β΄ τεύχος, σελ. 51)

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο γωνίες, η $\widehat{A\hat{O}B}$ και η $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$, που είναι δύο διαδοχικές στροφές στην πορεία ενός καραβιού.



- Εξήγησε με ποιον τρόπο ή με ποιους τρόπους μπορούμε να βρούμε το άθροισμα τους, για να βρούμε πόσες μοίρες συνολικά ήταν η στροφή από την αρχική πορεία:

.....

Εικόνα 11. Παράδειγμα διεύθυνσης (Βιβλίο Μαθητή Στ΄ τάξης, σελ. 141)

Τρόποι παρουσίασης της ορθής γωνίας και χρήση του μοιρογνωμονίου
B' Τάξη

Η πρώτη ρητή αναφορά σε ορθή γωνία γίνεται στο Κεφάλαιο 51 του σχολικού εγχειριδίου της Β΄ τάξης του Δημοτικού Σχολείου με τίτλο «Αναγνωρίζω της κάθετες ευθείες» (Καργιωτάκης κ.ά., 2006). Στο κεφάλαιο αυτό διδάσκεται η ορθή γωνία ως αποτέλεσμα του σχηματισμού κάθετων ευθειών.

Αρχικά, στην εισαγωγική δραστηριότητα (Εικόνα 12) οι μαθητές καλούνται να κατανοήσουν την έννοια των κάθετων ευθειών με την εύρεση οδών σε έναν χάρτη πόλης οι οποίες τέμνονται κάθετα.

☞ Υπάρχουν κάθετες ευθείες στο τετράγωνο;

Ο Νικόλας, όταν μεγαλώσει, θέλει να γίνει οδηγός ταξί, όπως και ο μπαμπάς του.

Πώς ξέρεις το δρόμο, μπαμπά;

Έχω μαζί μου το χάρτη της πόλης.

Οδός Ομαροκλιμακίου
Οδός Βενιζέλου
Οδός Ρέου
Οδός Πλάτωνος
Οδός Καλλιώς

Η οδός Βενιζέλου περνάει από το σχολείο και το σπίτι μου.

- Χρωματίζω κίτρινη την οδό Βενιζέλου.
- Ποιες οδοί συναντούν την οδό Βενιζέλου; Τις χρωματίζω κόκκινες.

.....

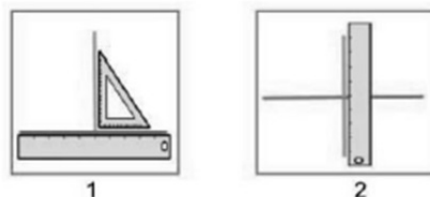
Εικόνα 12. Εισαγωγική δραστηριότητα (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β΄, σελ. 60)

Στην Εργασία 1 (Εικόνα 13) οι μαθητές διδάσκονται ότι από τον σχηματισμό κάθετων ευθειών δημιουργούνται 4 γωνίες που ονομάζονται ορθές. Η εύρεση των ορθών γωνιών πραγματοποιείται με τη χρήση του γνώμονα.

1.

Ο Νικόλας έφτιαξε με το γνώμονα και το χάρακα 2 κάθετες μεταξύ τους ευθείες.

Ελέγχω με το  πόσες ορθές γωνίες φτιάχτηκαν



Εικόνα 13. Εργασία 1 (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 61)

Στην Εργασία 2 (Εικόνα 14) διδάσκεται η ορθή γωνία ως ιδιότητα πολυγώνου (του τετραγώνου στη συγκεκριμένη δραστηριότητα). Αφού κατασκευάσουν ένα τετράγωνο, καλούνται να βρουν το πλήθος των ορθών γωνιών που έχουν σχηματιστεί.

2.

Φτιάχνω στο διπλανό πλέγμα 1 τετράγωνο

Ελέγχω με το  και το 

αν έχει ορθές γωνίες

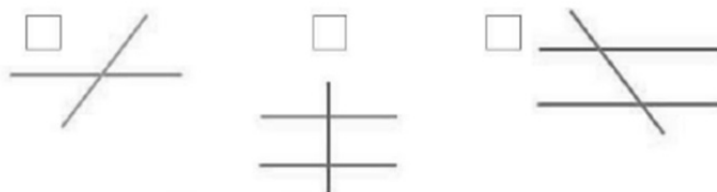
Το τετράγωνο έχει ορθές γωνίες



Εικόνα 14. Εργασία 2 (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 61)

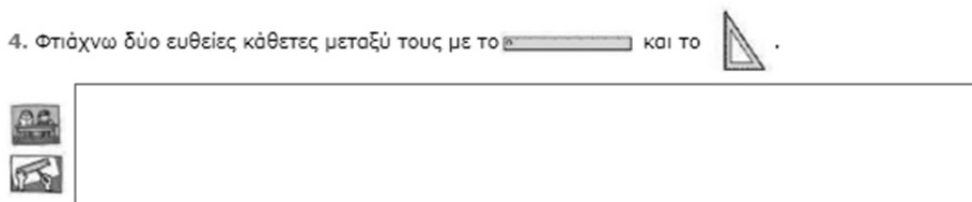
Στην Εργασία 3 (Εικόνα 15) οι μαθητές καλούνται να βρουν τις κάθετα τεμνόμενες ευθείες με τη χρήση του γνώμονα.

3. Ποιές ευθείες είναι κάθετες; Ελέγχω με το  και το  . Βάζω



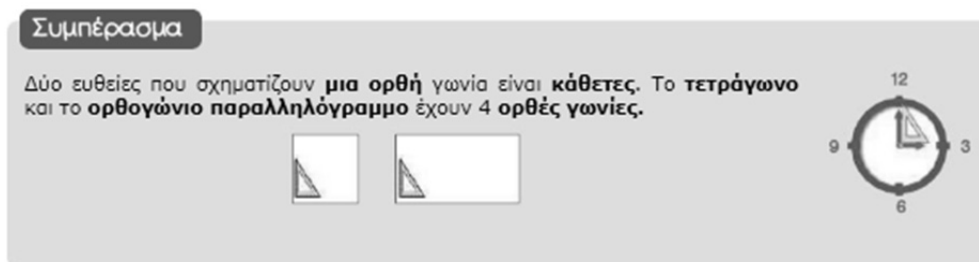
Εικόνα 15. Εργασία 3 (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 61)

Στην Εργασία 4 (Εικόνα 16) οι μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν δύο κάθετες ευθείες με τη βοήθεια ενός χάρακα και με τη χρήση ενός γνώμονα να ελέγξουν την ύπαρξη καθετότητας.



Εικόνα 16. Εργασία 4 (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 61)

Εδώ η ορθή γωνία διδάσκεται ως ιδιότητα δύο κάθετων ευθειών (και αντίστροφα) και κατ'επέκταση ως ιδιότητα τετραγώνου και ορθογωνίου παραλληλογράμμου, αφού τα σχήματα αυτά σχηματίζονται από ζεύγη κάθετων ευθυγράμμων τμημάτων (Εικόνα 17).



Εικόνα 17. Συμπέρασμα μαθήματος (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 61)

Συνεπώς, η πρώτη επαφή των μαθητών με τη γωνία προσεγγίζεται στο πλαίσιο της καθετότητας. Ως πρώτη μορφή γωνίας παρουσιάζεται η ορθή γωνία και διδάσκεται ως ιδιότητα των κάθετων ευθειών και ως ιδιότητα πολυγώνου με κάθετες πλευρές (τετραγώνου και ορθογωνίου παραλληλογράμμου). Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι στην πρώτη αυτή επαφή των μαθητών με τη γωνία παρουσιάζονται 8 εικόνες του γνώμονα που στο σύνολό τους παρουσιάζουν την «πρότυπη» μορφή της ορθής γωνίας, δηλαδή την ορθή γωνία με άνοιγμα στο πρώτο τεταρτημόριο και με τις πλευρές της παράλληλες με τις πλευρές μιας κόλλας A4 (Chesnais & Munier, 2013· Gal & Linchevski, 2010· Gal, 2011). Επίσης, η γωνία προσεγγίζεται ως εσωτερική γωνία πολυγώνου και δεν γίνεται αναφορά στην εξωτερική γωνία που σχηματίζεται από την τομή των δύο καθέτων πλευρών του πολυγώνου.

Γ' Τάξη

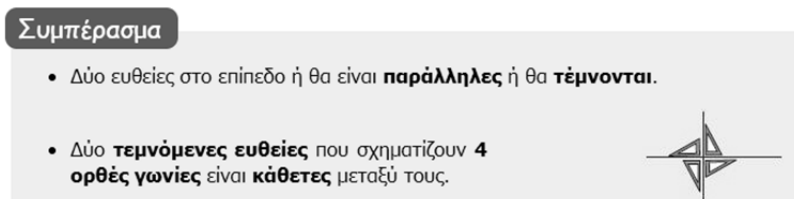
Στη Γ' τάξη, η έννοια της ορθής γωνίας διδάσκεται στο Κεφάλαιο 16 του σχολικού εγχειριδίου με τίτλο «Χαράξεις με διαβήτη και χάρακα. Ορθές γωνίες» (Λεμονίδης κ.ά., 2006). Η ορθή γωνία προσεγγίζεται στο πλαίσιο της καθετότητας, όπως και στη Β' τάξη. Ακόμα, χρησιμοποιείται ο γνώμονας ως εργαλείο για τη διαπίστωση της ύπαρξης καθέτων ευθειών και κατ' επέκταση ορθής γωνίας. Η Εικόνα 18 παρουσιάζει το συμπέρασμα του κεφαλαίου αυτού.



Εικόνα 18. Συμπέρασμα μαθήματος (Βιβλίο Μαθητή, σελ. 47)

Δ' Τάξη

Στη Δ' τάξη, συνεχίζει να διδάσκεται η ορθή γωνία στο πλαίσιο της καθετότητας, όπως και στις δύο προηγούμενες τάξεις. Στο Κεφάλαιο 27 του σχολικού εγχειριδίου με τίτλο «Γνωρίζω της παράλληλες και τις τεμνόμενες ευθείες» (Βαμβακούση κ.ά., 2006) παρουσιάζεται ξανά η ορθή γωνία ως το αποτέλεσμα του σχεδιασμού δύο καθέτων ευθειών, ενώ η διαπίστωση της ύπαρξης ορθής γωνίας πραγματοποιείται με τη χρήση του γνώμονα. Η Εικόνα 19 παρουσιάζει το συμπέρασμα του κεφαλαίου αυτού.






Εικόνα 19. Συμπέρασμα μαθήματος (Βιβλίο Μαθητή, σελ. 71)

Ε' Τάξη

Στην Ε' τάξη, η γωνία διδάσκεται αρχικά στο Κεφάλαιο 38 του σχολικού εγχειριδίου με τον τίτλο «Είδη γωνιών» (Βρυώνης κ.ά., 2018). Σε αυτό,

χρησιμοποιείται η έννοια τις ορθής γωνίας ως γωνία αναφοράς για να διδαχθούν οι οξείες (μικρότερες τις ορθής) και οι αμβλείες γωνίες (μεγαλύτερες τις ορθής). Στην Εικόνα 20 παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο του μαθήματος.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα		
Οι γωνίες διακρίνονται σε: <ul style="list-style-type: none"> • Οξείες, οι οποίες είναι μικρότερες από την ορθή γωνία, • Ορθές, • Αμβλείες, οι οποίες είναι μεγαλύτερες από την ορθή γωνία. 	 <p>οξεία γωνία</p>	 <p>ορθή γωνία</p>	 <p>αμβλεία γωνία</p>

Εικόνα 20. Επεξήγηση ειδών γωνίας (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 44)

Στο Κεφάλαιο 39 με τίτλο «Μέτρηση γωνιών» (Βρυώνης κ.ά., 2018) διδάσκονται τα επιμέρους στοιχεία της γεωμετρικής εικόνας της γωνίας (πλευρές, κορυφή, συμβολισμός), η μονάδα μέτρησης της γωνίας (μοίρα) ως αποτέλεσμα της υποδιαίρεσης της κύκλου σε 360 ίσα μέρη, το όργανο μέτρησης της γωνίας (μοιρογνομόνιο) και παρουσιάζεται η ευθεία γωνία. Στην εισαγωγή του μαθήματος περιγράφεται ο τρόπος χωρισμού του κύκλου σε 360 ίσα μέρη και η αντιστοιχία κάθε μέρους με τη μοίρα. Στην Εικόνα 21 παρουσιάζεται η διαδικασία διαίρεσης του κύκλου και σχηματισμού γωνιών.

β' τρόπος: Αξιοποιούμε την ιδέα της Δανάης και τις πληροφορίες του Αντρέι και με τη βοήθεια του κύκλου μετράμε τις γωνίες.

Οι αρχαίοι χώρισαν τον κύκλο σε 360 ίσα μέρη που τα ονόμασαν μοίρες (°). Με αυτόν μετρούσαν τις γωνίες.

Αν μετρήσω κάθε γωνία με την ίδια μονάδα μέτρησης, μπορώ να τις συγκρίνω.

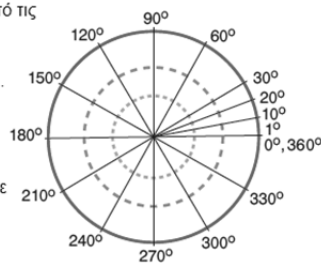


α. Χρησιμοποιούμε διαφανές χαρτί και βρίσκουμε σε πόσα ίσα μέρη του κύκλου αντιστοιχεί το άνοιγμα καθεμιάς από τις γωνίες.

Σχήμα 1: , Σχήμα 2:


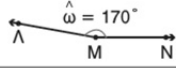
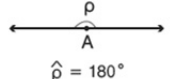
β. Ποια γωνία είναι η μεγαλύτερη;

γ. Παρατηρούμε και συζητάμε τι θα συμβεί, αν μετρήσουμε με τον μπλε, τον κόκκινο ή τον πράσινο κύκλο.



Εικόνα 21. Σχηματισμός γωνιών από διαίρεση κύκλου (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 45)

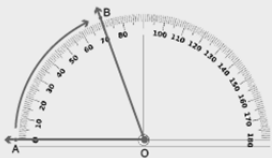
Στην Εικόνα 22 ορίζονται στοιχεία που συγκροτούν τη γωνία, ενώ στην Εικόνα 23 παρουσιάζεται η διαδικασία μέτρησης γωνίας με τη χρήση του μοιρογνωμόνιου.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<ul style="list-style-type: none"> • Η γωνία έχει δύο πλευρές και μία κορυφή. • Η γωνία μπορεί να ονομαστεί με: <ul style="list-style-type: none"> ✓ ένα μικρό γράμμα στο εσωτερικό της, ✓ τρία κεφαλαία γράμματα, από τα οποία πάντα το μεσαίο γράμμα είναι η κορυφή της. <p>Γράφουμε τη γωνία προσθέτοντας ένα ειδικό σύμβολο ($\hat{}$) πάνω από τη γωνία.</p>	 <p>Η γωνία $\hat{\beta}$ ή η γωνία $\widehat{AB\Gamma}$</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Μετράμε τη γωνία σε μοίρες ($^\circ$) με ένα όργανο που λέγεται μοιρογνωμόνιο. • Ένας κύκλος διαιρείται σε 360°. 	 <p>$\hat{\omega} = 170^\circ$</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Μία γωνία 180° ονομάζεται ευθεία γωνία. • Η ορθή γωνία είναι 90°. 	 <p>$\hat{\rho} = 180^\circ$</p>

Εικόνα 22. Επεξήγηση επιμέρους στοιχείων γωνίας (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 46)

Εφαρμογή

1. Να χρησιμοποιήσετε το μοιρογνωμόνιο, για να κατασκευάσετε μία γωνία 70° .




- 1ο βήμα: Κατασκευάζουμε με τον γνώμονα τη μία πλευρά της γωνίας και σημειώνουμε την κορυφή O και ένα σημείο A.
- 2ο βήμα: Τοποθετούμε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στην κορυφή της γωνίας.
- 3ο βήμα: Η μία πλευρά της γωνίας πρέπει να διέρχεται από την ένδειξη 0 της κλίμακας στο μοιρογνωμόνιο.
- 4ο βήμα: Μετράμε πάνω στην κλίμακα που αντιστοιχεί στο 0 που χρησιμοποιήσαμε. Βρίσκουμε το 70° και βάζουμε εκεί ένα σημείο B.
- 5ο βήμα: Σχεδιάζουμε τη δεύτερη πλευρά της γωνίας ενώνοντας το σημείο B με την κορυφή O.
- 6ο βήμα: Η γωνία είναι αυτή που κατασκευάσαμε.

Εικόνα 23. Περιγραφή χρήσης μοιρογνωμονίου (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 46)

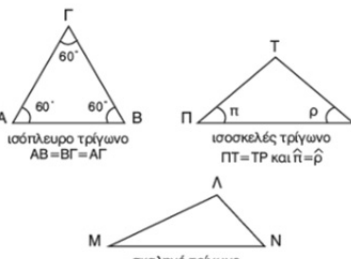
Στο Κεφάλαιο 40 με τίτλο «Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες» (Βρυώνης κ.ά., 2018) διδάσκεται η γωνία ως ιδιότητα του τριγώνου, το άθροισμα των γωνιών τις τριγώνου, τα τρία είδη γωνιών (ορθή, οξεία, αμβλεία) και τα τρία είδη τριγώνων ως προς το είδος των γωνιών που περιέχουν (ορθογώνιο,

οξυγώνιο, αμβλυγώνιο). Η Εικόνα 24 παρουσιάζει την επεξήγηση των στοιχείων του κεφαλαίου αυτού.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<ul style="list-style-type: none"> Κάθε τρίγωνο έχει τρεις γωνίες και τρεις πλευρές. Όλα τα τρίγωνα έχουν τουλάχιστον 2 οξείες γωνίες. <p>Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°.</p> <p>Το τρίγωνο που περιέχει:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ τρεις οξείες γωνίες ονομάζεται οξυγώνιο, ✓ ορθή γωνία ονομάζεται ορθογώνιο, ✓ αμβλεία γωνία ονομάζεται αμβλυγώνιο. 	 <p>Ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^\circ$</p> <p>Οξυγώνιο τρίγωνο $\hat{\pi} + \hat{\rho} + \hat{\sigma} = 180^\circ$</p> <p>Αμβλυγώνιο τρίγωνο $\hat{\omega} + \hat{\phi} + \hat{\theta} = 180^\circ$</p>

Εικόνα 24. Παρουσίαση ειδών γωνίας και ειδών τριγώνων (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 48)


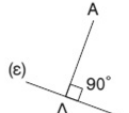
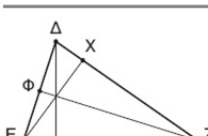
Στο Κεφάλαιο 41 με τίτλο «Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές» (Βρυώνης κ.ά., 2018) διδάσκεται η γωνία ως ιδιότητα του ισόπλευρου τριγώνου, του ισοσκελούς τριγώνου και του σκαληνού τριγώνου. Συνδέεται το μήκος της πλευράς των τριγώνων με το μέγεθος της γωνίας που αντιστοιχεί σε αυτή και διδάσκεται ότι απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες. Η Εικόνα 25 παρουσιάζει την παρουσίαση των τριών ειδών τριγώνων ως προς τις πλευρές τους και τον ρόλο των γωνιών σε αυτά.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<p>Το τρίγωνο που έχει:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ και τις τρεις πλευρές του ίσες λέγεται ισόπλευρο, ✓ μόνο τις δύο πλευρές του ίσες λέγεται ισοσκελές, ✓ όλες τις πλευρές του άνισες λέγεται σκαληνό. <ul style="list-style-type: none"> • Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες. • Το ισοσκελές τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, αυτές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές. • Το σκαληνό τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες άνισες. 	 <p>ισόπλευρο τρίγωνο $AB = BG = AG$</p> <p>ισοσκελές τρίγωνο $PT = TP$ και $\hat{\pi} = \hat{\rho}$</p> <p>σκαληνό τρίγωνο</p>

Εικόνα 25. Παρουσίαση ειδών τριγώνων (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 50)

Στο Κεφάλαιο 42 με τίτλο «Καθετότητα – Ύψη τριγώνου» (Βρυώνης κ.ά., 2018) διδάσκεται η χρήση της ορθής γωνίας στη διαπίστωση της κάθετης τομής δύο ευθειών αλλά και στον σχεδιασμό δύο κάθετων ευθειών. Χρησιμοποιείται ο γνώμονας ως εργαλείο για την εύρεση και τον

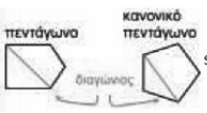
σχεδιασμό κάθετων ευθειών και ευθυγράμμων τμημάτων και για τον σχεδιασμό των υψών τριγώνου. Η Εικόνα 26 παρουσιάζει τις βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες που προσεγγίζει το συγκεκριμένο κεφάλαιο.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<p>Κάθετες ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται, έτσι ώστε να σχηματίζουν γωνία 90°.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Για να σχεδιάσουμε κάθετες ευθείες, χρησιμοποιούμε τον γνώμονα. 	<p>(α)  (β) Γράφουμε: $\alpha \perp \beta$ Διαβάζουμε: η ευθεία α είναι κάθετη στην ευθεία β.</p>
<p>Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από ένα σημείο και τέμνει κάθετα μια ευθεία ονομάζεται απόσταση του σημείου από την ευθεία.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Η απόσταση είναι η πιο σύντομη διαδρομή που ενώνει το σημείο με την ευθεία. <p>Σημείωση: Ευθύγραμμο τμήμα είναι ένα τμήμα μιας ευθείας που έχει δύο σημεία για άκρα.</p>	<p>(ε)  Η απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ε) είναι το ευθύγραμμο τμήμα AD.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από μια κορυφή ενός τριγώνου και είναι κάθετο στην απέναντι πλευρά ονομάζεται ύψος του τριγώνου. • Κάθε τρίγωνο έχει τρία ύψη. • Τα ύψη ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο. 	<p> Τρίγωνο ΔΕΖ με τα τρία ύψη ΔΨ, ΕΧ και ΖΦ. $\Delta\Psi \perp EZ$ $Z\Phi \perp \Delta E$ $E\chi \perp \Delta Z$</p>

Εικόνα 26: Παρουσίαση καθετότητας και ύψους τριγώνου (Βιβλίο Μαθητή, τεύχος β', σελ. 52)

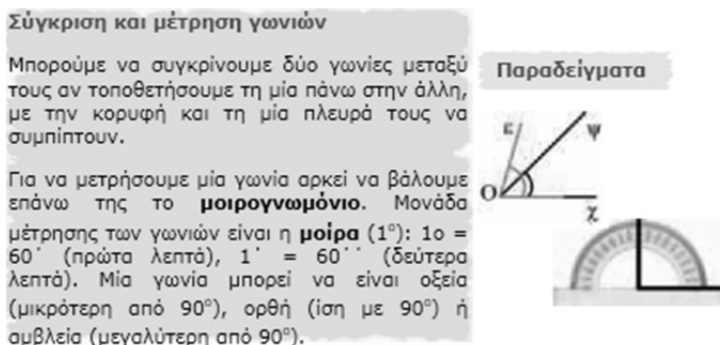
Στ' Τάξη

Στην Στ' τάξη, η γωνία διδάσκεται αρχικά στο Κεφάλαιο 56 του σχολικού εγχειριδίου με τον τίτλο «Γεωμετρικά σχήματα - Πολύγωνα» (Κασσώτη κ.ά., 2006). Στο κεφάλαιο αυτό διδάσκεται η έννοια των κανονικών πολυγώνων και η έννοια της γωνίας προσεγγίζεται ως ιδιότητα των κανονικών και μη κανονικών πολυγώνων. Η Εικόνα 27 δείχνει το πλαίσιο παρουσίασης της προσέγγισης αυτής.

Γεωμετρικά σχήματα	Παραδείγματα
<p>Τα κλειστά σχήματα που έχουν τουλάχιστον 3 πλευρές και 3 γωνίες λέγονται πολύγωνα. Τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές και τις γωνίες τους ίσες μεταξύ τους λέγονται κανονικά πολύγωνα.</p> <p>Στα πολύγωνα το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο κορυφές, όταν δεν είναι πλευρά, λέγεται διαγώνιος.</p>	<p> Πεντάγωνο και κανονικό πεντάγωνο. Η διαγώνιος είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο κορυφές που δεν είναι πλευρά.</p>
<p>Τα ονόματα των πολυγώνων, εκτός από το τετράπλευρο, σχηματίζονται από τον αριθμό των γωνιών που έχουν και την κατάληξη -γωνο.</p>	

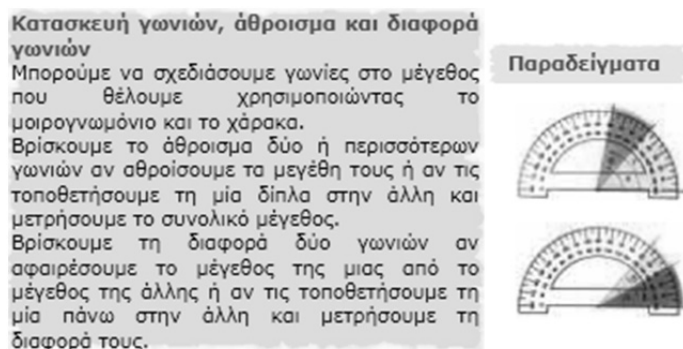
Εικόνα 27: Παρουσίαση της γωνίας ως ιδιότητα των πολυγώνων (Βιβλίο Μαθητή, σελ. 138)

Στο Κεφάλαιο 57 (Εικόνα 28) με τίτλο «Γωνίες» (Κασσώτη κ.ά., 2006) διδάσκεται η σύγκριση γωνιών με τη διαδικασία της επικάλυψης. Επίσης, διδάσκεται η μέτρηση γωνιών με τη χρήση του μοιρογνομονίου. Ακόμα, ορίζεται η μοίρα ως μονάδα μέτρησης της γωνίας και υποδιαίρεση αυτής.



Εικόνα 28: Παρουσίαση σύγκρισης και μέτρησης γωνιών (Βιβλίο Μαθητή, σελ. 140)

Στο Κεφάλαιο 58 με τίτλο «Σχεδιάζω γωνίες» (Κασσώτη κ.ά., 2006) γίνεται αναφορά στη διαδικασία κατασκευής γωνιών, στη χρήση του μοιρογνομονίου ως όργανο μέτρησης της γωνίας, καθώς επίσης και στη δυνατότητα πρόσθεσης δύο ή περισσότερων γωνιών ή στην εύρεση της διαφοράς αυτών αντίστοιχα. Ακόμα, στις εφαρμογές του κεφαλαίου αυτού γίνεται αναφορά στο άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου και στο άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου (βλέπε την Εικόνα 29).



5. **Εικόνα 29:** Παρουσίαση κατασκευής, αθροίσματος και διαφοράς γωνιών (Βιβλίο Μαθητή, σελ. 142)

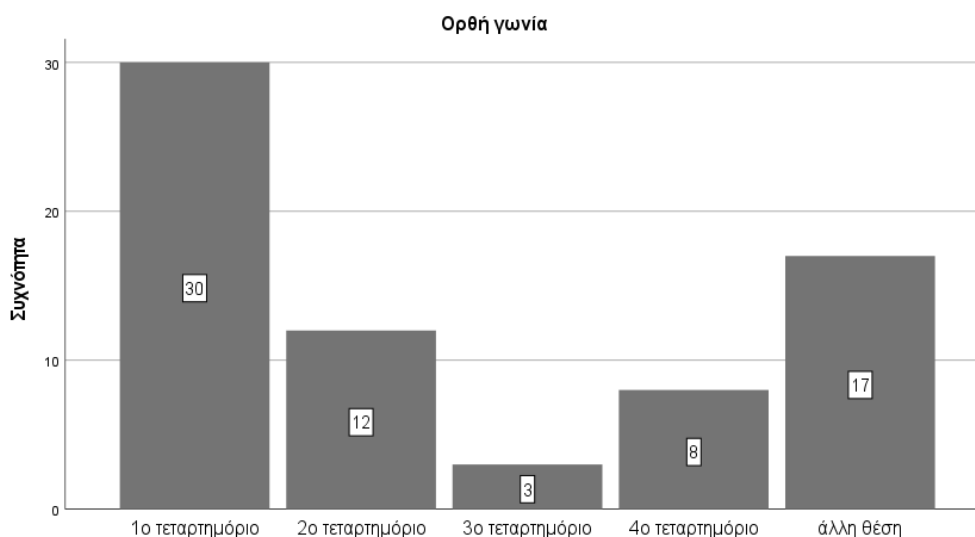
Τρόποι χρήσης του Γνώμονα και του Μοιρογνομόνιου

Τοποθέτηση του γνώμονα

Εδώ καταγράφουμε τους τρόπους παρουσίασης του γνώμονα και του μοιρογνομόνιου στα σχολικά εγχειρίδια που αποτέλεσαν αντικείμενο της έρευνάς μας (Γράφημα 6).

Οι εικόνες γνώμονα που μελετήθηκαν αφορούν εκείνες που χρησιμοποιούν τα σχολικά εγχειρίδια για να δείξουν-διδάξουν την ορθή γωνία.

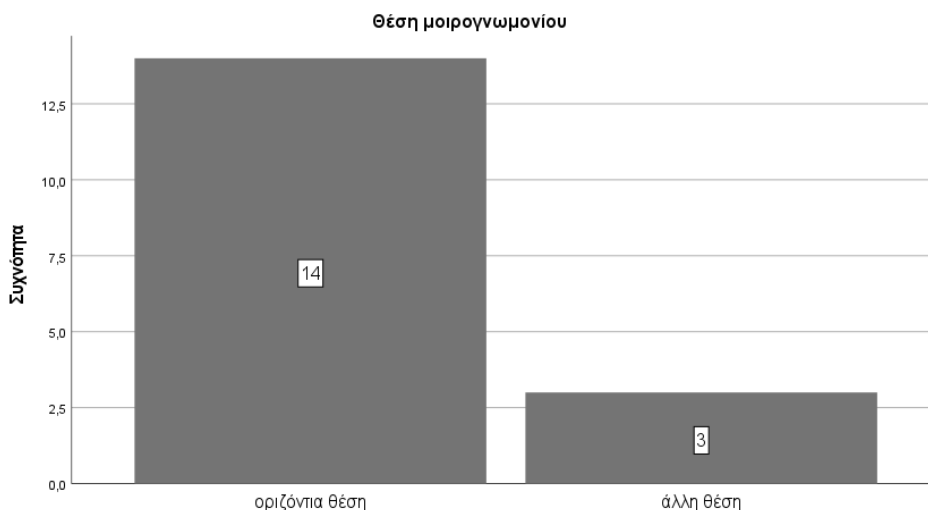
Παρατηρήθηκαν συνολικά 70 σχήματα χρήσης του γνώμονα για να καταδειχθεί η ορθή γωνία. Σε 75,7% αυτών των περιπτώσεων (53 εικόνες γνώμονα) η χρήση του γνώμονα έχει πλευρές παράλληλες προς τις πλευρές της σελίδας Α4. Επίσης, σε 42,9% των περιπτώσεων (30 εικόνες), ο γνώμονας έχει τη μορφή της «πρότυπης ορθής» γωνίας, δηλαδή με άνοιγμα προς το 1^ο τεταρτημόριο.



Γράφημα 6. Παρουσίαση γνώμονα στα σχολικά εγχειρίδια

Τοποθέτηση του μοιρογνομόνιου

Παρακάτω (Γράφημα 7) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη των εικόνων που δείχνουν τη θέση του μοιρογνομόνιου κατά τη μέτρηση γωνιών ώστε να διαπιστωθεί η πιθανότητα δημιουργίας παρανοήσεων που σχετίζονται με αυτές.



Γράφημα 7. Παρουσίαση μοιρογνομονίου στα σχολικά εγχειρίδια

Οι εικόνες μοιρογνομονίου που μελετήθηκαν αφορούν στις εικόνες που χρησιμοποιούν τα σχολικά εγχειρίδια για να δείξουν ή να διδάξουν τον σχεδιασμό και τη μέτρηση γωνιών με μοίρες. Από την ανάλυση του έντυπου υλικού προέκυψαν συνολικά 17 εικόνες μοιρογνομονίου. Στις 14 απ' αυτές τις περιπτώσεις οι εικόνες του μοιρογνομονίου είναι τοποθετημένες οριζόντια στη σελίδα των βιβλίων. Μόνο σε τρεις περιπτώσεις παρουσιάζεται το μοιρογνομόνιο με διαφορετική τοποθέτηση.

ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο η έννοια της γωνίας προσεγγίζεται και διδάσκεται στο ελληνικό Δημοτικό Σχολείο και ειδικότερα πώς παρουσιάζεται στα σχολικά εγχειρίδια, δηλαδή στα Βιβλία Μαθητή και Τετράδια Εργασιών. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε η ανάλυση περιεχομένου (content analysis) με μονάδα ανάλυσης τη «δραστηριότητα» που εδώ ήταν ο τρόπος παρουσίασης των εικόνων γωνιών.

Στα σχολικά εγχειρίδια δεν διατυπώνεται κάποιος ορισμός της γωνίας και η γωνία περιγράφεται μέσα από τις ιδιότητές της και τα στοιχεία που την αποτελούν (πρώτο ερευνητικό ερώτημα). Κατηγοριοποιώντας τις δραστηριότητες σύμφωνα με τους Devichi & Munier (2013) και Mitchelmore και White (1998), τα ευρήματα έδειξαν ότι η γωνία προβάλλεται ως ιδιότητα ημιευθειών με κοινό σημείο ένα άνοιγμα που

συμβολίζεται με ένα μικρό τόξο, ή τετράγωνο για την περίπτωση της ορθής γωνίας.

Μόνο σε ελάχιστες περιπτώσεις η γωνία προσεγγίζεται ως «κλίση», ή ως «γωνία αντικειμένου», ή ως «διεύθυνση», ή «άνοιγμα».

Σχετικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, διαπιστώθηκε ότι η πλειονότητα των δραστηριοτήτων εντάσσεται σε στατικές καταστάσεις (92%) και ειδικότερα μέσα στον τυπικό γεωμετρικό κόσμο. Συνεπώς, οι μαθητές δεν συσχετίζουν τη γωνία με εμπειρίες καθημερινών καταστάσεων.

Οι θεματικές περιοχές μέσα στις οποίες εμφανίζεται η γωνία είναι περιπτώσεις καθετότητας, παραλληλίας και περιπτώσεις γωνιών πολυγώνων.

Τα ευρήματα σχετικά με τον τρόπο παρουσίασης της ορθής γωνίας έδειξαν ότι περίπου στο 50% των εικόνων της ορθής γωνίας με τη χρήση του γνώμονα γίνεται μέσω της «πρότυπης» θέσης, δηλαδή με άνοιγμα προς το πρώτο τεταρτημόριο και τις πλευρές της γωνίας παράλληλες με τις πλευρές της σελίδας των βιβλίων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα τρία τέταρτα των εικόνων παρουσιάζουν την ορθή γωνία με άνοιγμα σε κάποιο από τα τέσσερα τεταρτημόρια και μόνο το ένα τέταρτο των εικόνων την εμφανίζουν σε τυχαία θέση.

Το γεγονός αυτό οδηγεί συχνά τους μαθητές σε παρανοήσεις σχετικά με την αναγνώριση της ορθής γωνίας, γεγονός που επισημαίνεται και στη σχετική βιβλιογραφία (π.χ. Mitchelmore, 1998· Chesnais & Munier, 2013· Gal, 2011· Gal & Linchevski, 2010). Παρόμοια είναι και η παρουσίαση του μοιρογνωμονίου με την τοποθέτησή του σε οριζόντια θέση (90% των δραστηριοτήτων).

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Συμπερασματικά, από την παρούσα έρευνα προκύπτει ότι η παρουσίαση της γωνίας στα σχολικά εγχειρίδια του ελληνικού Δημοτικού Σχολείου περιορίζεται κύρια στο τυπικό πεδίο της Γεωμετρίας. Ο εμπλουτισμός των σχολικών εγχειριδίων με δραστηριότητες όπου η γωνία θα εμφανίζεται σε «ρεαλιστικές» καταστάσεις ως κλίση, γωνία αντικειμένων, διεύθυνση και άνοιγμα, καθώς και δυναμικές καταστάσεις γωνιών, θα οδηγούσε, σύμφωνα με μελετητές του θέματος (Bütüner & Filiz, 2017· Munier & Merle, 2009· Fyhn, 2008· Κακαβάς κ.ά., 2022, 2019· Kakavas & Zacharos, 2019· Mitchelmore, 1997· Mitchelmore & White, 1998) σε πληρέστερη

κατανόησή της. Έμφαση στη σχέση ανάμεσα στη Γεωμετρία, στον πραγματικό κόσμο και στις ψηφιακές τεχνολογίες δίνεται και στα σύγχρονα Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών (Ι.Ε.Π., 2021). Σε αυτά, η αξιοποίηση της καθημερινής εμπειρίας των μαθητών, η ανάπτυξη μαθηματικών διεργασιών και πρακτικών όπως η μοντελοποίηση καταστάσεων και η αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων θεωρούνται απαραίτητα στοιχεία για έναν ενεργό διάλογο του μαθητή με το περιβάλλον του (Ι.Ε.Π., 2021). Έρευνες που ενσωμάτωσαν τη διδασκαλία της γωνίας με τον πραγματικό κόσμο μέσω της χρήσης σύγχρονων ψηφιακών εργαλείων έδειξαν μαθησιακά οφέλη για την κατανόηση της έννοιας αυτής (Bartolini Bussi & Baccaglini-Frank, 2015· Κακαβάς κ.ά., 2022, 2019· Kakavas & Zacharos, 2019· Kynigos & Moustaki, 2014). Παρόμοια, ο εμπλουτισμός εικόνων με ορθές γωνίες και μοιρογνωμόνια σε τυχαίες θέσεις, διαφορετικές από αυτές που μπορούν να προκαλέσουν παρανοήσεις στους μαθητές λόγω του «πρότυπου» προσανατολισμού, μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη οικειοποίηση της ορθής γωνίας και χρήσης του μοιρογνωμονίου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βαμβακούση, Ξ., Καργιωτάκης, Γ., Μπομποτίνου, Α. Δ., & Σαΐτης, Α. (2006). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Βαμβακούση, Ξ., Καργιωτάκης, Γ., Μπομποτίνου, Α. Δ., & Σαΐτης, Α. (2006). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, γ' τεύχος*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαραλής, Γ., & Σταύρου, Ι. (2018). *Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, β' τεύχος*. Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος».
- Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαραλής, Γ., & Σταύρου, Ι. (2018). *Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, β' τεύχος*. Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος».
- Bartolini Bussi, M. G., & Baccaglini-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing the seeds towards a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 391–405.
- Bunt, L., Jones, P., & Bedient, J. (1981). *Οι ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών μαθηματικών*. Εκδόσεις Πνευματικός.

- Bütüner, S., & Filiz, M. (2017). Exploring high-achieving sixth grade students' erroneous answers and misconceptions on the angle concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(4), 533–554. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1256444>
- Chesnais, A., & Munier, V. (2013). Learning and teaching geometry at the transition from primary to secondary school in France: The cases of axial symmetry and angle. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 595–604). Middle East Technical University and ERME.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1989). Learning of geometrical concepts in a Logo environment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 450–467. <https://doi.org/10.2307/749420>
- Close, G. S. (1982). *Children's understanding of angle at the primary/secondary transfer stage*. Polytechnic of the South Bank.
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). About the concept of angle in elementary school: Misconceptions and teaching sequences. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.10.001>
- Ευκλείδης (1952). *Ευκλείδου Γεωμετρία. Στοιχείων Βιβλία 1, 2, 3, 4* (Μετάφραση-Εισαγωγή, Ε. Σ. Σταμάτης). Εκδόσεις Νικ. Α. Σακκούλα.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel.
- Fyhn, A. B. (2008). A climbing class 'reinvention of angles. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 19–35. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9087-z>
- Gal, H. (2011). From another perspective - training teachers to cope with problematic learning situations in geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 183–203.
- Gal, H, Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 163–183. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9321-6>
- Heath, T. L. (1931). *A manual of Greek mathematics*. Oxford.

- Henderson, D. W., & Taimina, D. (2005). *Experiencing geometry. Euclidean and non-Euclidean with history*. Cornell University. DOI: 10.3792/euclid/9781429799850
- Ι. Ε. Π., (2021). *Πρόγραμμα Σπουδών για το μάθημα των Μαθηματικών στο Δημοτικό* (Πρώτη έκδοση). Ανακτήθηκε την 11-11-2023: https://iep.edu.gr/services/eduguide/iframes/education-guide/index.php?gv_a=view-file&fid=1dbbcd6c239b670001d5b2e95d8a90723da66b147d10e3c89d7a8c78cb04fcee
- Κακαβάς, Κ., Ζαχάρος, Κ., Σκοπελίτη, Ε., Κόμης, Β. (2022). Η διδασκαλία της γωνίας μέσω προγραμματισμού με το Scratch. Στο Χ. Παναγιωτακόπουλος, Α. Καρατράντου & Σ. Αρμακόλας (Επιμ.) *Πρακτικά 7ου Πανελληνίου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία»*, (σελ. 295–307). ΕΤΠΕ.
- Κακαβάς, Κ., Ζαχάρος, Κ., Σκοπελίτη, Ε., & Κόμης, Β. (2019). Στο Κ. Χρίστου (επιμ.), *Πρακτικά 8ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών*, (σελ. 198-206). Εν.Ε.Δι.Μ.
- Καργιωτάκης, Γ., Μαραγκού, Α., Μπελίτσου, Ν., & Σοφού. Β. (2006). *Μαθηματικά Β' Δημοτικού, β' τεύχος*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Καργιωτάκης, Γ., Μαραγκού, Α., Μπελίτσου, Ν., & Σοφού. Β. (2006). *Μαθηματικά Β' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, δ' τεύχος*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Κασσώτη, Ο., Κλιάπης, Π., & Οικονόμου, Θ. (2006). *Μαθηματικά Στ' Δημοτικού*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ. (2001). *Ευκλείδη 'Στοιχεία'*. Τόμος Ι. Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ..
- Kakavas, K., & Zacharos, K. (2019). Teaching the concept of angle through programming with Scratch. *Educational Journal of the University of Patras UNESCO Chair*, 6(1), 37-43. <https://doi.org/10.26220/une.2946>
- Kieran, C. (1986). LOGO and the notion of angle among fourth and sixth grade children. In L. Burton and C. Hoyles (Eds.), *Proceedings of the 10th International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 99–104). University of London, Institute of Education.

- Koustourakis, G., & Zacharos, K. (2011). Changes in School Mathematics Knowledge in Greece: a Bernsteinian Analysis. *British Journal of Sociology of Education* 32(3), 369–387. <https://doi.org/10.1080/01425692.2011.559339>
- Kynigos, C., & Moustaki, F. (2014). Designing Digital Media for Creative Mathematical Learning. In Iversen, O., Elbæk, E., Thomsen, B., Markopoulos, P., Garzotto, F., & Dindler, C. (Eds.). *Proceedings of the Interaction Design and Children 2014*, (pp. 309–312). ACM.
- Λεμονίδης, Χ., Θεοδώρου, Ε., Νικολαντωνάκης, Κ., Παναγάκος, Ι., & Σπανακά, Α. (2006). *Μαθηματικά Γ' Δημοτικού*. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from. How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books.
- Matos, M. (1994). Cognitive models of the concept of angle. In J. P. da Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 263–270). University of Lisbon.
- Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's informal knowledge of physical angle situations. *Learning and Instruction*, 7, 1–19. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(96\)00007-2](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(96)00007-2)
- Mithcelmore, M. (1998). Young Students' Concepts of Turning and Angle. *Cognition and Instruction*, 16(3), 265–284. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1603_2
- Mitchelmore, M. & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 209–238. <https://doi.org/10.1023/A:1003927811079>
- Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of angle concepts: A framework for research. *Mathematics education research journal*, 10(3), 4–27. <https://doi.org/10.1007/BF03217055>
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (1995). Abstraction in mathematics: Conflict, resolution, and application. *Mathematics Education Research Journal*, 7, 50–68. <https://doi.org/10.1007/BF03217275>
- Munier, V., & Merle, H. (2009). Interdisciplinary mathematics-physics approaches to teaching the concept of angle in elementary school.

- International Journal of Science Education*, 31(14), 1857–1895.
<https://doi.org/10.1080/09500690802272082>
- Παπαδόπουλος, Φ. (2019). *Ο σχηματισμός της έννοιας της γωνίας κατά την πρωτοβάθμια εκπαίδευση, υπό το πρίσμα του Μαθηματικού Χώρου Εργασίας*. Ανέκδοτη Διπλωματική Εργασία, ΠΤΔΕ, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.
- Robson, C. (2010). *Η έρευνα του Πραγματικού Κόσμου: Ένα μέσον για κοινωνικούς επιστήμονες και επαγγελματίες ερευνητές*. Μιχαλοπούλου, Κ. (Επιμ.), Νταλάκου, Β. & Βασιλικού, Κ. (μτφ), 2^η έκδοση συμπληρωμένη, Gutenberg.
- Scally, S. P. (1986). A clinical investigation of the impact of a LOGO learning environment on students' van Hiele levels of geometric understanding. In L. Burton and C. Hoyles (Eds.), *Proceedings of the 10th International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 123–128) University of Lisbon.
- Schotten, H. (1890). *Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts eine vergleichende Planimetrie*, B.G. Teubner, Published in Leipzig, II, pp. 94-183. <https://archive.org/details/inhaltundmethod00schogooog/page/102/mode/2up?view=theater>
- Tanguay, D., & Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *ZDM*, 48(6), 875–894. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0789-5>
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., & Wolfe, R. G. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-0844-0>
- Zacharos, K., Koustourakis, G., & Papadimitriou, K. (2014). Analyzing the implemented curriculum of mathematics in preschool education. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 151–156. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0086-3>

Ο Κωνσταντίνος Κακαβάς υπηρετεί ως εκπαιδευτικός ΠΕ70 στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση από το 2008. Σπούδασε Επιστήμες της Αγωγής στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Πατρών, όπου και έκανε μεταπτυχιακές σπουδές με ειδίκευση στη Διδακτική των Μαθηματικών και των Φυσικών Επιστημών. Σήμερα είναι υποψήφιος διδάκτορας στο Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία του Πανεπιστημίου Πατρών. Το συγγραφικό του έργο περιλαμβάνει εισηγήσεις σε ελληνικά και διεθνή επιστημονικά συνέδρια, κεφάλαια βιβλίων και άρθρα σε ελληνικά και διεθνή επιστημονικά περιοδικά.

Ο Κωνσταντίνος Ζαχάρος έχει σπουδάσει Μαθηματικά, Επιστήμες της Αγωγής και έλαβε το διδακτορικό του στη Μαθηματική Εκπαίδευση από το Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Έχει υπηρετήσει σε διάφορα σχολεία ως καθηγητής μαθηματικών. Από το 2016 είναι Καθηγητής στο Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η. του Πανεπιστημίου Πατρών. Τα τρέχοντα ερευνητικά του ενδιαφέροντα περιλαμβάνουν τρόπους ανάπτυξης μαθησιακών περιβαλλόντων για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών στην προσχολική εκπαίδευση και τον εντοπισμό των κυρίαρχων στρατηγικών των μαθητών για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Επιπλέον, μελετά τη στάση των μαθητών και των καθηγητών σχετικά με τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους.

Η Ειρήνη Σκοπελίτη έλαβε το διδακτορικό της στη Γνωστική Αναπτυξιακή Ψυχολογία το 2009 από το Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών και από το 2013 είναι Επίκουρη Καθηγήτρια στο Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η. του Πανεπιστημίου Πατρών. Τα ερευνητικά της ενδιαφέροντα αφορούν τη γνωστική ανάπτυξη των φυσικών και μαθηματικών εννοιών και το πώς αυτές οι έννοιες μετασχηματίζονται στη διαδικασία μάθησης. Στα ερευνητικά της ενδιαφέροντα εντάσσεται και η διερεύνηση των μηχανισμών μάθησης, καθώς και των πιθανών διδακτικών παρεμβάσεων ώστε να αντιμετωπιστούν παρανοήσεις των μαθητών. Οι εργασίες της έχουν δημοσιευτεί σε ελληνικά και διεθνή επιστημονικά περιοδικά και σε πρακτικά ελληνικών και διεθνών συνεδρίων.

Ο Βασίλης Κόμης έχει σπουδάσει Μαθηματικά στο Πανεπιστήμιο Κρήτης και Διδακτική των Επιστημών με ειδίκευση στη Διδακτική της Πληροφορικής

(μεταπτυχιακές και διδακτορικές σπουδές) στο Πανεπιστήμιο Paris 7 (Jussieu). Είναι Καθηγητής στο Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η. του Πανεπιστημίου Πατρών με γνωστικό αντικείμενο τη Διδακτική της Πληροφορικής και τις Εφαρμογές των ΤΠΕ στην Εκπαίδευση. Ασχολείται με τη μελέτη και τη σχεδίαση τεχνολογιών που ενισχύουν τη μάθηση και τη διδασκαλία καθώς και με ζητήματα επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών στις παιδαγωγικές χρήσεις των τεχνολογιών μάθησης.

The concept of the angle in the textbooks of the Greek Primary School

Konstantinos Kakavas

Department of Educational Sciences and Early Childhood Education,
University of Patras
kos-kakavas@hotmail.com

Konstantinos Zacharos

Department of Educational Sciences and Early Childhood Education,
University of Patras
zacharos@upatras.gr

Irini Skopeliti

Department of Educational Sciences and Early Childhood Education,
University of Patras
eskopel@upatras.gr

Vasilis Komis

Department of Educational Sciences and Early Childhood Education,
University of Patras
komis@upatras.gr

Abstract

The aim of this research is to investigate the way the concept of angle is presented in the textbooks of the Greek Primary School. Specifically, the research interest is focused on the study of the following questions: How the angle is defined in school textbooks, in which mathematical thematic areas the activities that refer to the angle are included and finally how the right angle is presented in the textbooks, as well as the use of the protractor. The analysis of the data was based on the method of content analysis. The findings showed that the presentation of the angle in the Greek Primary School textbooks is mainly limited to the formal field of Geometry. Additionally, the right angle and the protractor are used in ways that may create misconceptions among students.

Keywords: Angle concept, angle teaching, right angle, school textbook analysis.

Konstantinos Kakavas has been working as a primary school teacher in Primary Education since 2008. He has studied Educational Sciences at the Department of Primary Education of the University of Patras (Greece) and received his Master's degree in the Teaching of Mathematics and Natural Sciences at the same Department. He is currently a PhD candidate at the Department of Educational Sciences and Early Childhood Education of the University of Patras (Greece). His work includes publications at Greek and international scientific conferences, book chapters and articles in Greek and international scientific journals.

Konstantinos Zacharos has studied Mathematics, Educational Sciences and he received his PhD degree in Mathematics Education from the Aristotle University of Thessaloniki (Greece). He has served in various schools as a teacher of mathematics. Since 2016 he is Professor in Department of Educational Sciences and Early Childhood Education, University of Patras (Greece). His current research interests include ways to development learning environments to teach the mathematical concepts in early childhood education and detect students' prevailing strategies for solving mathematical problems. In addition, he is studying students' and teachers' attitudes about mathematics and its teaching.

Irini Skopeliti has received her PhD on Cognitive Developmental Psychology in 2009 from the National and Kapodistrian University of Athens (Greece) and since 2013 she is an Associate Professor in the Department of Educational Sciences and Early Childhood Education, University of Patras (Greece). Her research interests are on the cognitive development of scientific and mathematical concepts and on how these concepts change in the process of learning. She also interested on learning mechanisms and on the possible ways in which we can intervene didactically to address students' misconceptions and enhance learning. Her work is published in Greek and International scientific journals and in referred proceedings of Greek and International Conferences.

Vassilis Komis studied Mathematics at the University of Crete and Science Education with specialization in Computer Science Education (Master and

PhD) at the University of Paris 7 (Jussieu). He is a Professor at the D.E.S.E.C.E. of the University of Patras, specializing in Computer Science Education and ICT Applications in Education. His main research interest is studying and designing technologies enhancing teaching and learning. He also focuses on teacher training issues in the pedagogical usage of learning technologies.